
الأدهم
فى
الرياضيـــات
الصف الثانى الإعدادى
الترم الاول
ملزمتي
اسم الطالب /
المدرســـة /
الفصـــل /
إعداد
أ/ محمد أدهم
ت / ٠١٠٠٧٤٥١٩٥٧




## ١ مجموعات الأعداد

### ١ مجموعة الاعداد العد "ع"

ع = {١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ---}

### ٢ مجموعة الاعداد الطبيعية "ط"

ط = {٠ ، ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ---}

∴ ط = ع ∪ {٠}

### ٣ مجموعة الاعداد الصحيحة "ص"

ص = {... ، ٣ ، ٢ ، ١ ، ٠ ، -١ ، -٢ ، ...}

وفيها

ص+ = {١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ---} = ع

ص- = {-١ ، -٢ ، -٣ ، -٤ ، ---}

ص = ص+ ∪ {٠} ∪ ص-

ملحوظة الصفر ليس موجب وليس سالب

### ٤ مجموعة الاعداد النسبية "ن"

ن = {أ/ب : أ ، ب ∈ ص ، ب ≠ ٠}

لاحظ أن

ع ⊂ ط ⊂ ص ⊂ ن

## ٢ القيمة المطلقة

١) |-٢| = ٢

٢) |٢| = ٢

إذا كانت |س| = ٢ فإن س = ±٢

إذا كانت |س| = ٥ فإن س = ±٥

## ٣ الاسس

١) $أ^{-ن} = \frac{1}{أ^ن}$

٢) $أ^ن × أ^م = أ^{ن+م}$ في حالة الضرب نجمع الاسس

٣) $أ^ن ÷ أ^م = أ^{ن-م}$ في حالة القسمة نطرح الاسس

٤) $(أب)^ن = أ^ن ب^ن$ قانون توزيع الاسس

٥) $(\frac{أ}{ب})^ن = \frac{أ^ن}{ب^ن}$

٦) $(أ^ن)^م = أ^{ن×م}$ لو أس مرفوع لأس نضرب

## ٤ الصورة القياسية

١) ٧٣٢١٥ = ٧,٣٢١٥ × $١٠^٤$

٢) ٠,٠٠٠٣١٦ = ٣,١٦ × $١٠^{-٤}$




١) √١ = ١

٢) √٤ = ٢

٣) -√٩ = -٣ وهكذا

٤) إذا كانت س^٢ = ٢٥
فإن س = ±√٢٥ = ±٥

٥) إذا كانت س^٢ = ١٠٠
فإن س = ±√١٠٠ = ±١٠

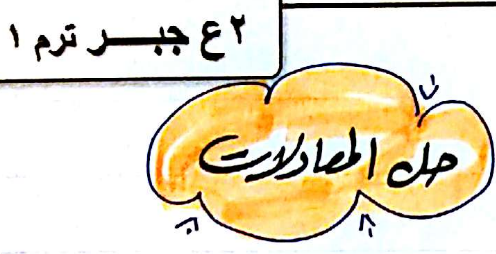
يعنى من الرموز نفصل ±

٦) مجموع الجذرين التربيعيين للعدد ٢٥
= صفر
لأن الجذرين احدهما ±٥ ومجموعهما = صفر

٧) √(أ^٢) = |أ|

٨) √(٥)^٢ = ٥

٩) √(-٣)^٢ = |-٣| = ٣




١) س + ٣ = ٧ ، س ∈ ط

**الحل**

س = ٧ - ٣ ، س = ٤

∴ م.ح = {٤}

متنساش اللى يعدى الكوبرى يدفع الاجرة [متغير اشارته]

٢) ٢س - ٥ = ١٣ ، س ∈ ط

**الحل**

٢س = ١٣ + ٥

٢س = ١٨ بالقسمة على ٢

٢س/٢ = ١٨/٢

∴ س = ٩

∴ م.ح = {٩}

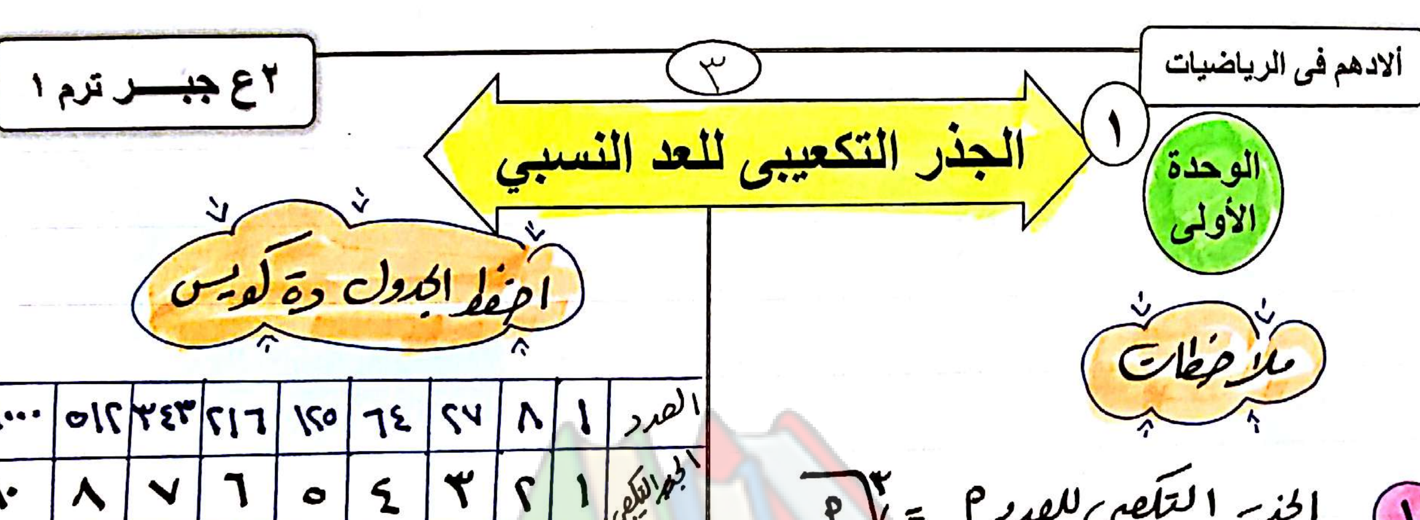
٣) س^٢ - ٣ = ٦ ، س ∈ ح

**الحل**

س^٢ = ٦ + ٣ ، س^٢ = ٩

∴ س = ±√٩ = ±٣

∴ م.ح = {±٣}



# ١ الجذر التكعيبى للعد النسبي

الوحدة الأولى

احفظ الجدول ده كويس

| العدد | ١ | ٨ | ٢٧ | ٦٤ | ١٢٥ | ٢١٦ | ٣٤٣ | ٥١٢ | ١٠٠٠ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| الجذر التكعيبى | ١ | ٢ | ٣ | ٤ | ٥ | ٦ | ٧ | ٨ | ١٠ |

## ملاحظات

١) الجذر التكعيبى للعدد م = $\sqrt[٣]{م}$ هو العدد الذى مكعبه = م

٢) يوجد جذر تكعيبى لعدد سالب

$\sqrt[٣]{-٨} = -٢$ ، $\sqrt[٣]{-١٢٥} = -٥$

٣) إذا كان ما تحت الجذر له أس فإننا نقسم الأس اللى جوه على الدليل اللى بره

* $\sqrt[٣]{٢^{٣}} = ٢^{\frac{٣}{٣}} = ٢$
* $\sqrt[٣]{(-٣)^{٣}} = (-٣)^{\frac{٣}{٣}} = -٣$
* $\sqrt[٣]{م^{ن}} = م^{\frac{ن}{٣}}$
* $\sqrt[٣]{م^{٥}} = م^{\frac{٥}{٣}}$ وهكذا

٤) فى حل المعادلات يكون $\sqrt[٣]{م}$ له قيمة واحدة فمثلاً

$س^{٣} = ٢٧$ ∴ $س = \sqrt[٣]{٢٧} = ٣$

$س^{٣} = -١٢٥$ ∴ $س = \sqrt[٣]{-١٢٥} = -٥$

## الفكرة الأولى

١) أكمل

١) $\sqrt[٣]{١٢٥} = ٥$

٢) $\sqrt[٣]{-١} = -١$

٣) $\sqrt[٣]{-٨} = -٢$

٤) $\sqrt[٣]{-٢٧} = -٣$

٥) $\sqrt[٣]{١٠٠٠} = ١٠$

٦) $\sqrt[٣]{٣\frac{٣}{٨}} = \sqrt[٣]{\frac{٢٧}{٨}} = \frac{٣}{٢}$

٧) $\sqrt[٣]{٠٫١٢٥} = \sqrt[٣]{\frac{١٢٥}{١٠٠٠}} = \frac{٥}{١٠} = ٠٫٥$

٨) $\sqrt[٣]{\frac{-٨}{١٢٥}} = \frac{-٢}{٥}$

٩) $\sqrt{١٦} + \sqrt[٣]{-٦٤} = ٤ + (-٤) = ٤ - ٤$
$=$ صفر

## الفكرة الثانية

### ٢ حل المعادلات الاتية فى ح

**١** $س^{٣} + ٢٧ = ٠$

**الحل**

$س^{٣} = -٢٧$ بأخذ $\sqrt[٣]{}$

$\therefore س = \sqrt[٣]{-٢٧} = -٣$

$\therefore$ م.ح $= \{-٣\}$

---

**٢** $٨س^{٣} + ٧ = ٨$

**الحل**

$٨س^{٣} = ٨ - ٧$

$\therefore ٨س^{٣} = ١$ $\div ٨$

$س^{٣} = \frac{١}{٨}$ بأخذ $\sqrt[٣]{}$

$\therefore س = \sqrt[٣]{\frac{١}{٨}} = \frac{١}{٢}$

$\therefore$ م.ح $= \{\frac{١}{٢}\}$

---

**٣** $٢س^{٣} - ٥ = س^{٣} + ٣$

**الحل**

$٢س^{٣} - س^{٣} = ٣ + ٥$

$س^{٣} = ٨$ بأخذ $\sqrt[٣]{}$

$\therefore س = \sqrt[٣]{٨} = ٢$

$\therefore$ م.ح $= \{٢\}$

---

**٤** $(س + ٣)^{٣} = ٣٤٣$

**الحل**

بأخذ $\sqrt[٣]{}$ للطرفين

$\therefore (س + ٣) = \sqrt[٣]{٣٤٣} = ٧$

$\therefore س + ٣ = ٧$

$\therefore س = ٧ - ٣ = ٤$

$\therefore$ م.ح $= \{٤\}$

---

**٥** $(٥س - ٢)^{٣} + ١٠ = ١٨$

**الحل**

$(٥س - ٢)^{٣} = ١٨ - ١٠$

$(٥س - ٢)^{٣} = ٨$ بأخذ $\sqrt[٣]{}$

$(٥س - ٢) = \sqrt[٣]{٨} = ٢$

$٥س - ٢ = ٢$

$٥س = ٢ + ٢ = ٤$

$٥س = ٤$ $\therefore س = \frac{٤}{٥}$

$\therefore$ م.ح $= \{\frac{٤}{٥}\}$

« من جد وجد
ومن زرع حصد »

## ③ أوجد قيمة س

① $س^٣ = -١٢٥$

بأخذ $\sqrt[٣]{}$ ∴ $س = \sqrt[٣]{-١٢٥}$

∴ $س = -٥$

② $س^٣ = ٦٤$

بأخذ $\sqrt[٣]{}$ ∴ $س = \sqrt[٣]{٦٤}$

∴ $س = ٤$

③ $\sqrt[٣]{س} = ٥$

بتكعيب الطرفين

∴ $س = (٥)^٣ = ١٢٥$

④ $\sqrt[٣]{س} = ٣$

بتكعيب الطرفين ∴ $س = (٣)^٣$

$س = ٢٧$

③ حجم الكرة = $\frac{٤}{٣} \pi نق^٣$

④ ١ لتر = ١٠٠٠ $سم^٣$

---

## ④ الحل يا شاطر

① مكعب حجمه ١٢٥ $سم^٣$ فإن طول

حرفه = ---- $\sqrt[٣]{١٢٥} = ٥$ سم

② مكعب حجمه ١٠٠٠ $سم^٣$ فإن طول

حرفه = ---- $\sqrt[٣]{١٠٠٠} = ١٠$ سم

③ مكعب طول حرفه ٣ سم فإن حجمه

= ---- $(٣)^٣ = ٢٧$ $سم^٣$

يبقى لو عايز الحجم نكعب

ولو عايز طول الحرف نأخذ $\sqrt[٣]{}$

## الفكرة الثالثة التطبيقات

قوانين هامة

① حجم المكعب = $ل^٣$

② طول حرف المكعب = $\sqrt[٣]{الحجم}$

## ⑤ أوجد طول قطر كرة حجمها ٣٨٨٠٨ $سم^٣$

(علماً بأن $\pi = \frac{٢٢}{٧}$)

**الحل**

∵ حجم الكرة = $\frac{٤}{٣} \pi نق^٣$

∴ $\frac{٤}{٣} \times \frac{٢٢}{٧} نق^٣ = ٣٨٨٠٨$

$\frac{٨٨}{٢١} نق^٣ = ٣٨٨٠٨$

$\therefore$ نق$^3$ $= 38808 \times \frac{21}{88}$

طبعاً إما نقسم على المعامل

أو نضرب × المقلوب الضربي للمعامل

$\therefore$ نق$^3$ $= 9261$ بأخذ $\sqrt[3]{}$

$\therefore$ نق $= \sqrt[3]{9261} = 21$ سم

$\therefore$ طول القطر $=$ ٢ نق $= 2 \times 21 = 42$ سم

## الواجب

### (١) أكمل

(١) $\sqrt[3]{-1} =$

(٢) $\sqrt[3]{8} =$

(٣) $\sqrt[3]{125} =$

(٤) $\sqrt[3]{-1000} =$

(٥) $\sqrt[3]{م^3} =$

(٦) $\sqrt[3]{م^6} =$

(٧) $\sqrt[3]{\frac{1}{8}} =$

(٨) $\sqrt[3]{0.125} =$

(٩) مكعب حجمه $64$ سم$^3$ فإن طول حرفه = ...

(١٠) مكعب حجمه $125$ سم$^3$ فإن طول حرفه = ...

(١١) مكعب حجمه لتر فإن طول حرفه = ...

(١٢) مكعب طول حرفه $3$ سم فإن حجمه = ...

(١٣) مكعب طول حرفه $2$ سم فإن حجمه = ...

(١٤) $\sqrt[3]{8} + \sqrt[3]{-8} =$ ...

(١٥) $\left|\sqrt[3]{-125}\right| =$ ...

(١٦) $\sqrt{9} + \sqrt[3]{-8} =$

(١٧) $\sqrt{64} - \sqrt[3]{64} =$

### (٢) أوجد قيمة س

(١) س$^3$ $= 1000$

(٢) س$^3$ $= -64$

(٣) $\sqrt[3]{س} = 2$

(٤) $\sqrt[3]{س} = -3$

(٥) $\sqrt[3]{س} = \frac{-1}{2}$

### (٣) أوجد مجموعة حل المعادلات في ن

(١) س$^3 + 1 = 9$

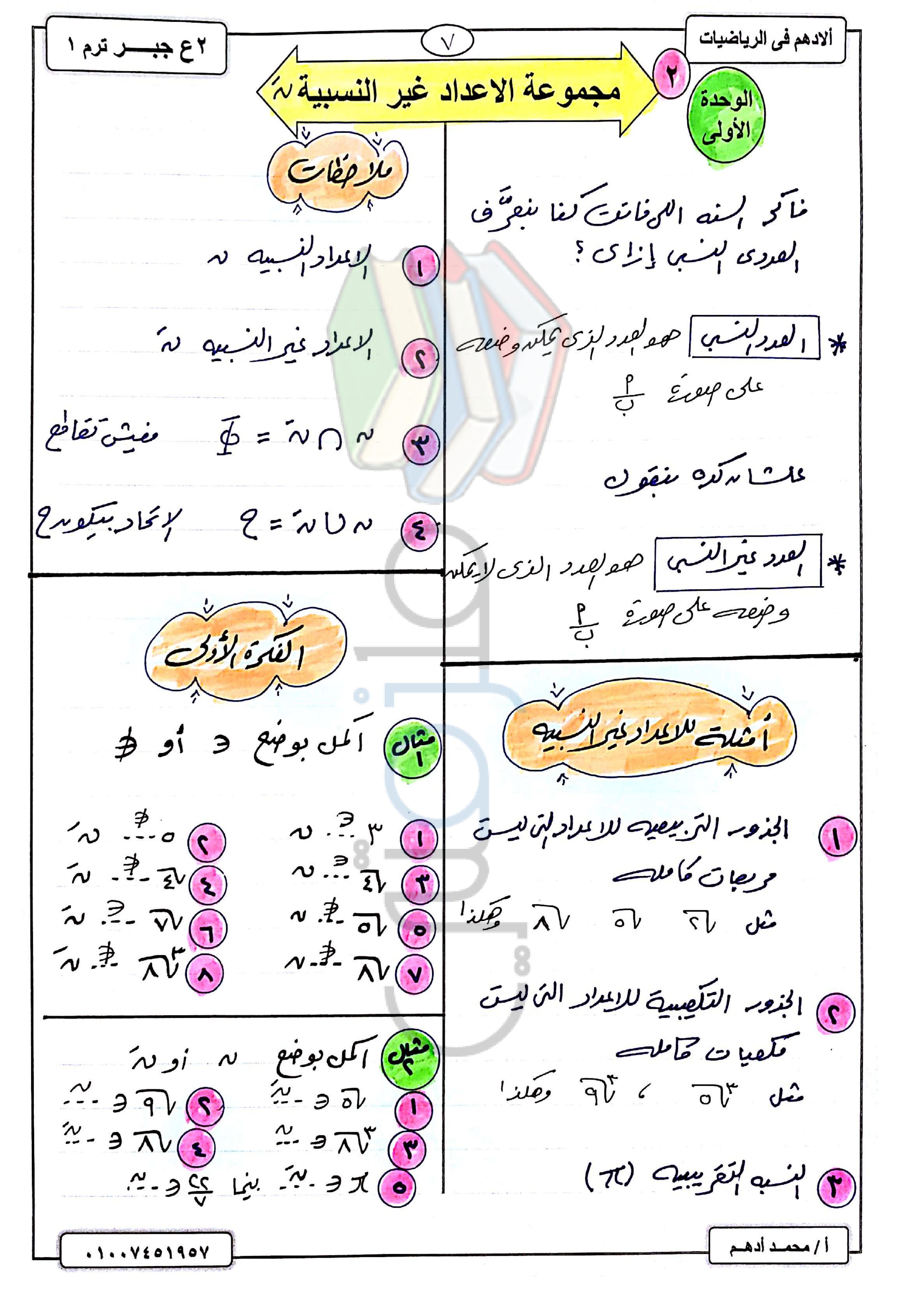
(٢) س$^3 + 3 = -24$

(٣) $8$ س$^3 - 5 = 59$

(٤) (س $- 2)^3 = 125$

(٥) (س $+ 1)^3 = 27$

### (٤) أوجد طول نصف قطر كرة حجمها $= 4851$ سم$^3$ $\left(\pi = \frac{22}{7}\right)$





الوحدة الأولى

# ٢ مجموعة الاعداد غير النسبية ن̄

خدنا فى السنه اللى فاتت كنا بنعرّف العدد النسبى إزاى ؟

* **العدد النسبى** هو العدد الذى يمكن وضعه على صورة $\frac{أ}{ب}$

علشان كده بنقول

* **العدد غير النسبى** هو العدد الذى لا يمكن وضعه على صورة $\frac{أ}{ب}$

## أمثلة للاعداد غير النسبية

١) الجذور التربيعية للاعداد التى ليست مربعات كاملة مثل √٢ ، √٥ ، √٨ وهكذا

٢) الجذور التكعيبية للاعداد التى ليست مكعبات كاملة مثل ∛٥ ، ∛٩ وهكذا

٣) النسبة التقريبية ($\pi$)

## ملاحظات

١) الاعداد النسبية ن

٢) الاعداد غير النسبية ن̄

٣) ن ∩ ن̄ = ∅ مفيش تقاطع

٤) ن ∪ ن̄ = ح الاتحاد بيكون ح

## الفكرة الأولى

**مثال ١:** أكمل بوضع ∈ أو ∉

١) ٣ ∈ ن

٢) ٥ ∉ ن̄

٣) √٤ ∈ ن

٤) √٤ ∉ ن̄

٥) √٥ ∉ ن

٦) √٧ ∈ ن̄

٧) √٨ ∉ ن

٨) ∛٨ ∉ ن̄

**تمرين:** أكمل بوضع ن أو ن̄

١) √٥ ∈ ن̄

٢) √٩ ∈ ن

٣) ∛٨ ∈ ن

٤) √٨ ∈ ن̄

٥) $\pi$ ∈ ن̄ بينما $\frac{٢٢}{٧}$ ∈ ن







كل عدد غير نسبي تقع قيمته بين عددين نسبيين

**مثال ٣** أوجد عددين صحيحين ينحصر بينهم $\sqrt{5}$

**الحل**

$\sqrt{9} > \sqrt{5} > \sqrt{4}$

$3 > \sqrt{5} > 2$

$\therefore$ $\sqrt{5}$ ينحصر بين ٢ ، ٣

**مثال ٤** أوجد عددين صحيحين ينحصر بينهم $\sqrt{13}$

**الحل**



$\sqrt{16} > \sqrt{13} > \sqrt{9}$

$4 > \sqrt{13} > 3$

$\therefore$ $\sqrt{13}$ ينحصر بين ٣ ، ٤



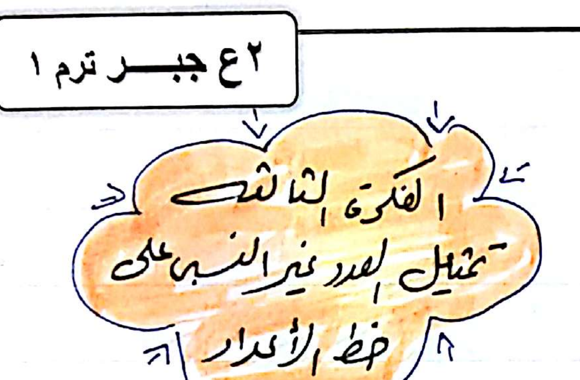
**مثال ٥** اثبت أن $\sqrt{2}$ ينحصر بين ١,٤ ، ١,٥

**الحل**

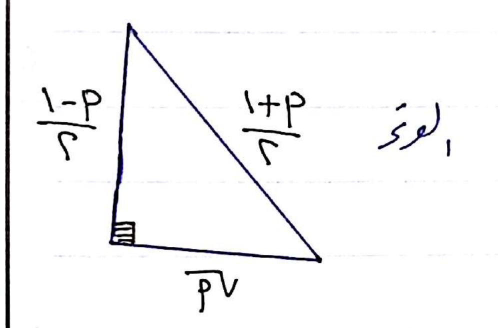
$(1,4)^2 = 1,96$ ، $(1,5)^2 = 2,25$

$\therefore 2,25 > 2 > 1,96$

$\therefore 1,5 > \sqrt{2} > 1,4$




احفظ شكل المثلث ده علشان هنتعلم منه رسم العدد غير النسبي.




**مثال ٦** ارسم مثلث طولها لاه واستخدمها فى تعيين النقط التالية

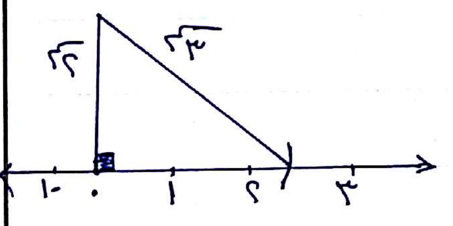
**(١)** $\sqrt{5}$

**الحل**



الوتر $\frac{P+1}{2} = \frac{5+1}{2} = \frac{6}{2} = 3$

ضلع $\frac{P-1}{2} = \frac{5-1}{2} = \frac{4}{2} = 2$



**(٢)** $-\sqrt{5}$

## الفكرة الرابعة
## حل المعادلات فى ح

**مثال ٧** أوجد م.ح حيث س ∈ ح

① $س^٢ = ٧$

**الحل**

بأخذ √ للطرفين

$س = ± \sqrt{٧} ∈ ح$

∴ م.ح = $\{\sqrt{٧} ، -\sqrt{٧}\}$

② $س^٢ - ٢ = ١$

**الحل**

$س^٢ = ١ + ٢$ ∴ $س^٢ = ٣$

بأخذ √ للطرفين

∴ $س = ± \sqrt{٣}$

∴ م.ح = $\{± \sqrt{٣}\}$

③ $س^٣ - ١ = ٨$

**الحل**

$س^٣ = ٨ + ١$ $س^٣ = ٩$

بأخذ $\sqrt[٣]{}$ للطرفين

∴ $س = \sqrt[٣]{٩}$

∴ م.ح = $\{\sqrt[٣]{٩}\}$

④ $س^٣ - ٣ = ٢٤$

**الحل**

$س^٣ = ٢٤ + ٣$

$س^٣ = ٢٧$ بأخذ $\sqrt[٣]{}$

$س = \sqrt[٣]{٢٧} = ٣$

∵ ٣ ∉ ن

∴ م.ح = ∅

**مثال ٨** أكمل

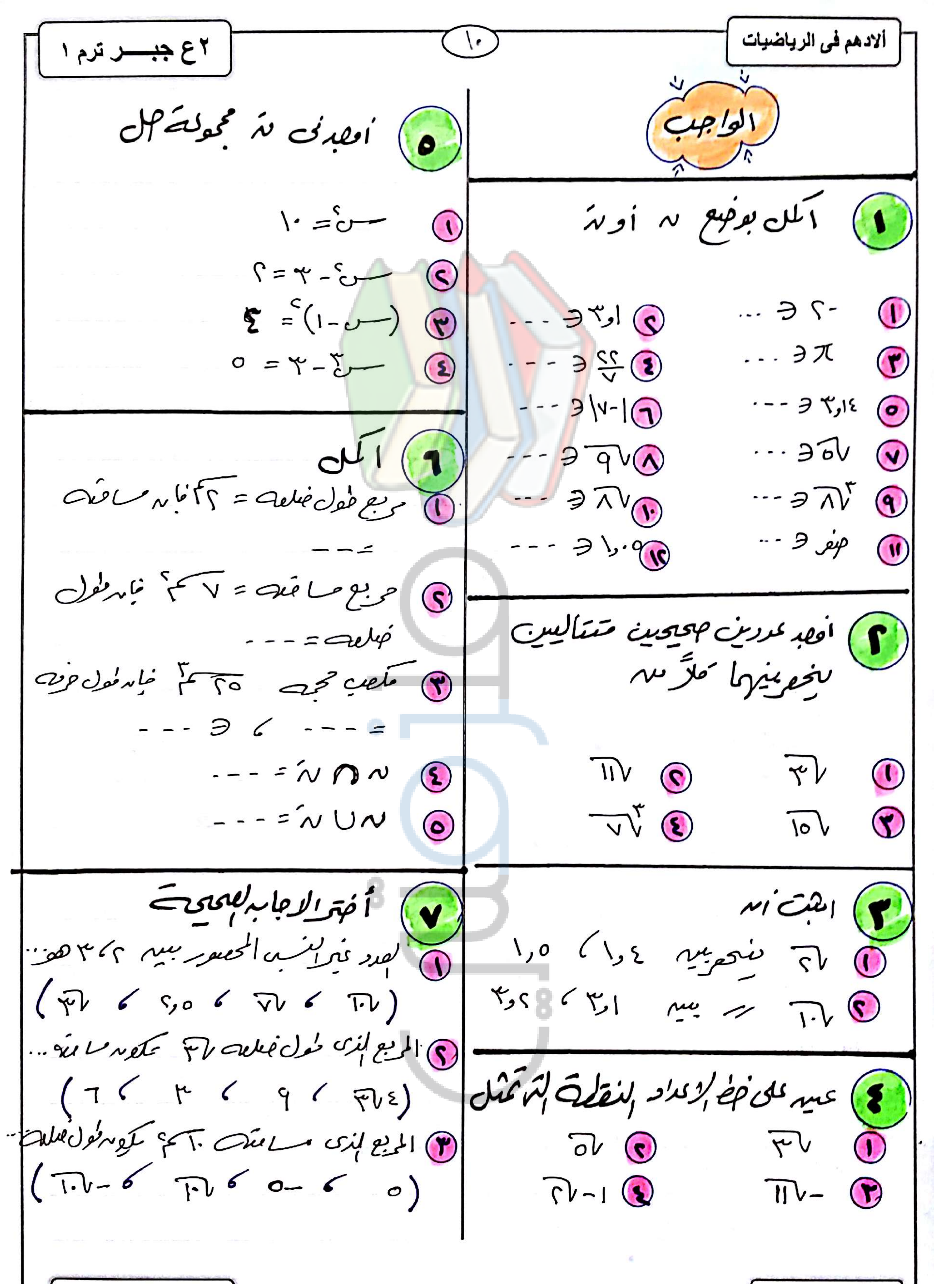
① مربع مساحته ٥ فإن طول ضلعه = ...... $\sqrt{٥}$

② مكعب حجمه = ٩ سم فإن طول حرفه = ...... $\sqrt[٣]{٩}$

**تذكرة**

طول ضلع المربع = $\sqrt{المساحة}$

طول حرف المكعب = $\sqrt[٣]{الحجم}$



## الواجب

### ١ أكمل بوضع ∈ أو ∉

١) -٢ ∈ ...

٢) ٣٫١ ∈ ...

٣) π ∈ ...

٤) ٢٢/٧ ∈ ...

٥) ٣٫١٤ ∈ ...

٦) |-٧| ∈ ...

٧) √٥ ∈ ...

٨) √٩ ∈ ...

٩) ∛٨ ∈ ...

١٠) √٨ ∈ ...

١١) صفر ∈ ...

١٢) ١٫٠٩ ∈ ...

### ٢ أوجد عددين صحيحين متتاليين ينحصر بينهما كلاً من

١) √٣

٢) √١١

٣) √١٥

٤) ∛٧

### ٣ اثبت أن

١) √٢ ينحصر بين ١٫٤ ، ١٫٥

٢) √١٠ ينحصر بين ٣٫١ ، ٣٫٢

### ٤ عين على خط الأعداد النقطة التى تمثل

١) √٣

٢) √٥

٣) -√١١

٤) ١ - √٢

### ٥ أوجد فى ن مجموعة حل

١) س² = ١٠

٢) س² - ٣ = ٢

٣) (س - ١)² = ٤

٤) س³ - ٣ = ٥

### ٦ أكمل

١) مربع طول ضلعه = ٢ سم فإن مساحته = ...

٢) مربع مساحته = ٧ سم² فإن طول ضلعه = ...

٣) مكعب حجمه ٢٥ سم³ فإن طول حرفه = ... ، ∈ ...

٤) ن ∩ ن′ = ...

٥) ن ∪ ن′ = ...

### ٧ أختر الإجابة الصحيحة

١) العدد غير النسبى المحصور بين ٢ ، ٣ هو ...
(√١٠ ، √٧ ، ٢٫٥ ، √٣)

٢) المربع الذى طول ضلعه √٣ تكون مساحته ...
(٤√٣ ، ٩ ، ٣ ، ٦)

٣) المربع الذى مساحته ١٠ سم² يكون طول ضلعه ...
(٥ ، -٥ ، √١٠ ، -√١٠)

# الوحدة الأولى ٣ مجموعة الأعداد الحقيقية ح

لاحظ أن

ط ⊂ ص ⊂ ن ⊂ ح

وكذلك ن َ ⊂ ح

∴ ن ∪ ن َ = ح

## ملاحظات هامة

١) مجموعة الأعداد الحقيقية (ح)
هى المجموعة الناتجة من اتحاد الأعداد النسبية ن وغير النسبية ن َ

٢) ح = ح+ ∪ {٠} ∪ ح-

٣) الصفر ليس موجب وليس سالب

٤) ح+ مجموعة الأعداد الحقيقية الموجبة
وهى كل الأعداد الأكبر من الصفر
{س : س ∈ ح ، س > ٠}

٥) ح- مجموعة الأعداد الحقيقية السالبة
{س : س ∈ ح ، س < ٠}

٦) ح+ ∩ ح- = Φ

٧) ح+ ∪ ح- = ح* ← ح ستار

٨) ح* مجموعة الأعداد الحقيقية غير الصفرية

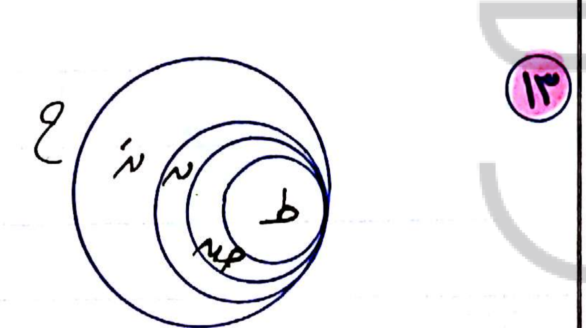
٩) ح* = ح - {٠} = ح+ ∪ ح-

١٠) الصفر أكبر من أى عدد سالب
والصفر من أى عدد موجب

١١) مجموعة الأعداد الحقيقية غير الموجبة
ح- ∪ {٠} = يعنى السالب ومعهم الصفر

١٢) مجموعة الأعداد الحقيقية غير السالبة
ح+ ∪ {٠} = يعنى الموجب ومعهم الصفر

١٣)




١٤)

ح-　　الصفر　　ح+

الأعداد الحقيقية الموجبة و الأعداد الحقيقية السالبة

## الفكرة الأولى
## الترتيب في ح

**مثال ١** رتب تصاعدياً "يعني من الصغير للكبير"

$\sqrt{75}$ ، $\sqrt{68}$ ، $-\sqrt{45}$ ، $-\sqrt{32}$ ، $7$ ، $-8$

**الحل**

الأعداد الموجبة $\sqrt{75}$ ، $\sqrt{68}$ ، $7$

$\because 7 = \sqrt{49}$ $\therefore$

$\sqrt{49} < \sqrt{68} < \sqrt{75}$ (1)

الأعداد السالبة $-\sqrt{45}$ ، $-8$ ، $-\sqrt{32}$

$\because 8 = \sqrt{64}$

$\therefore -\sqrt{64} < -\sqrt{45} < -\sqrt{32}$ (2)

$\therefore -\sqrt{64} < -\sqrt{45} < -\sqrt{32} < \sqrt{49} < \sqrt{68} < \sqrt{75}$

$\therefore -8 < -\sqrt{45} < -\sqrt{32} < 7 < \sqrt{68} < \sqrt{75}$

**مثال ٢** رتب تنازلياً "يعني من الكبير للصغير"

$\sqrt{62}$ ، $8$ ، $-\sqrt{50}$ ، $\sqrt{70}$

**الحل**

الأعداد الموجبة $\sqrt{62}$ ، $\sqrt{64}$ ، $\sqrt{70}$

$\therefore \sqrt{70} > \sqrt{64} > \sqrt{62}$

$\therefore \sqrt{70} > \sqrt{64} > \sqrt{62} > -\sqrt{50}$

$\therefore \sqrt{70} > 8 > \sqrt{62} > -\sqrt{50}$

**مثال ٣** اكتب ثلاثة أعداد غير نسبية تنحصر بين ٥ ، ٦

**الحل**

$(5)^2 = 25$ ، $(6)^2 = 36$

وبينهم ٢٦ ، ٢٧ ، ٢٨ ، ...

$25 < 26 < 27 < 28 < 36$

$5 < \sqrt{26} < \sqrt{27} < \sqrt{28} < 6$

$\therefore$ الأعداد غير النسبية المطلوبة هي

$\sqrt{26}$ ، $\sqrt{27}$ ، $\sqrt{28}$

**مثال ٤** اكتب ثلاثة أعداد غير نسبية تنحصر بين ٩ ، ١٠

**الحل**

$(9)^2 = 81$ ، $(10)^2 = 100$

$81 < 82 < 83 < 84 < 100$

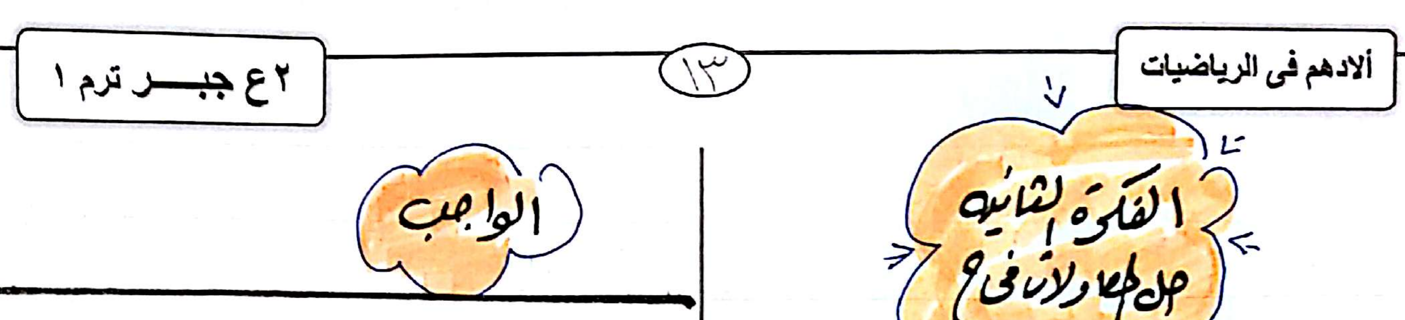
$9 < \sqrt{82} < \sqrt{83} < \sqrt{84} < 10$

$\therefore$ الأعداد غير النسبية المطلوبة هي

$\sqrt{82}$ ، $\sqrt{83}$ ، $\sqrt{84}$

أ/ محمد أدهم

٠١٠٠٧٤٥١٩٥٧



## الفكرة الثانية: حل المعادلات في ح

**مثال ٥:** حل المعادلات التالية في ح

**(١)** $س^2 - ٥ = ٠$

**الحل**

$س^2 = ٥$ بأخذ $\sqrt{\ }$

$\therefore س = \pm\sqrt{٥}$

$\therefore م.ح = \{\pm\sqrt{٥}\}$

**(٢)** $س(س^3 + ٧) = ٠$

**الحل**

إما $س = ٠$

أو $س^3 + ٧ = ٠$ ومنها $س^3 = -٧$

$\therefore س = \sqrt[3]{-٧}$

$\therefore م.ح = \{٠ ، \sqrt[3]{-٧}\}$

**(٣)** $س^2 + ١ = ٠$

**الحل**

$س^2 = -١$ بأخذ $\sqrt{\ }$

$\therefore س = \pm\sqrt{-١}$ مرفوض

$\therefore م.ح = \emptyset$

**لأنه** لا يوجد جذر تربيعي للعدد السالب

## الواجب

**(١) أكمل**

(١) ن ∩ ن = ..... ، ن ∪ ن = .....

(٢) ح = ..... ∪ ..... ∪ .....

(٣) $ح^+ \cup ح^-$ = ..... ، $ح^+ \cap ح^-$ = .....

(٤) ح − ن = ..... ، ح − ن = .....

(٥) $ح^+ \cup \{٠\}$ تسمى .....

(٦) $ح^- \cup \{٠\}$ تسمى .....

**(٢) رتب تصاعدياً**

(١) $\sqrt{٢٧}$ ، $-\sqrt{٤٥}$ ، $\sqrt{٢٠}$ ، ٦ ، ٠ ، $\sqrt[3]{-١}$

(٢) $\sqrt{٨}$ ، $-\sqrt{٣}$ ، $\sqrt{١٥}$ ، $\sqrt[3]{١٢٥}$ ، $-\sqrt{٤٩}$ ، ٣

**(٣) رتب تنازلياً**

(١) $\sqrt{٢٦}$ ، ٨ ، $-\sqrt{٥٠}$ ، $\sqrt{٧٠}$

(٢) $\sqrt{٢٦}$ ، $-\sqrt{٥}$ ، $\sqrt[3]{٦٤}$ ، ١٦ ، صفر ، −١٨

**(٤) اكتب ثلاثة أعداد غير نسبية تنحصر بين**

٦ ، ٧ ١١ ، ١٢

**(٥) حل المعادلات التالية في ح**

(١) $س^2 - ١ = ٦$

(٢) $س(س^2 - ١) = ٠$

(٣) $س^3 + ١ = ٩$

(٤) $س^2 - ٣ = ٠$

(٥) $س^2 + ٤ = ٠$

# العمليات على الفترات

**الفترة هي** مجموعة حل المتباينة في ح

## ملحوظات

١) عند كتابة الفترة يكتب في العدد الأصغر في بداية الفترة

٢) العدد −∞ يكتب دائماً في أول الفترة
العدد ∞ يكتب دائماً في آخر الفترة
ويكونوا مفتوحين

## أولاً الفترات المحدودة

### ١) الفترة المغلقة [أ ، ب]

إذا كانت {س : س ∈ ح ، ٢ ≤ س ≤ ٤}

∴ س = [٢ ، ٤]

### ٢) الفترة المفتوحة ]أ ، ب[

إذا كانت س = {س : س ∈ ح ، −١ < س < ٢}

∴ س = ]−١ ، ٢[

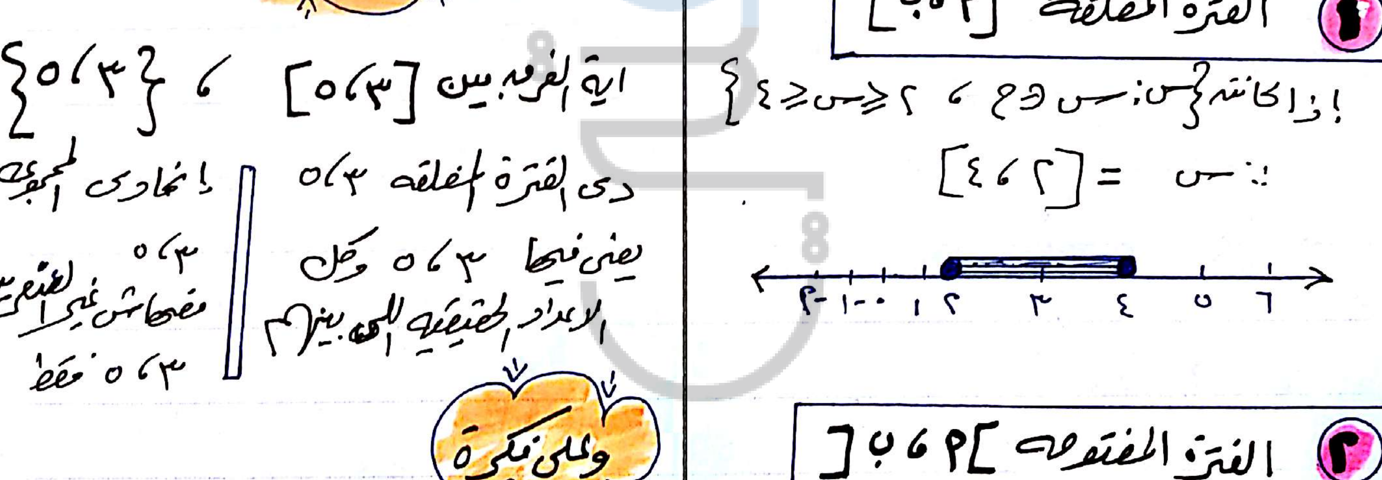
### ٣) الفترة النصف مفتوحة [النصف مغلقة]

أ) س = {س : س ∈ ح ، −١ < س ≤ ٢}

س = ]−١ ، ٢]

ب) س = {س : س ∈ ح ، −١ ≤ س < ٢}

س = [−١ ، ٢[



## ملاحظات

ايه الفرق بين [٣ ، ٥] ، {٣ ، ٥}

دي الفترة المغلقة ٣ ، ٥ يعني فيها ٣ ، ٥ وكل الأعداد الحقيقية اللي بينهم

إنما دي المجموعة ٣ ، ٥ مفيهاش غير العنصرين ٣ ، ٥ فقط

## وللتذكرة

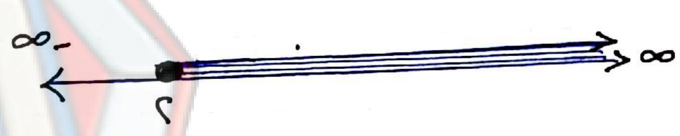
[٣ ، ٥] − {٣ ، ٥} = ]٣ ، ٥[

[١ ، ٧] − {١ ، ٧} = ]١ ، ٧[



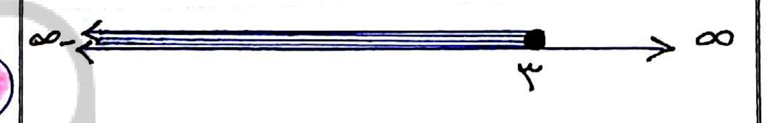

① $س = \{س : س \in ح ، س \geq ٢\}$

$س = [٢ ، \infty[$




② $س = \{س : س \in ح ، س \leq ٣\}$

$س = ]-\infty ، ٣]$




③ $س = \{س : س \in ح ، س > ١\}$

$س = ]١ ، \infty[$







① $ح = ]-\infty ، \infty[$

② $ح^{+} = ]٠ ، \infty[$

③ $ح^{-} = ]-\infty ، ٠[$

④ لاحظ أن الصفر ليس موجب وليس سالب

⑤ مجموعة الأعداد غير الموجبة $= ]-\infty ، ٠]$

⑥ مجموعة الأعداد غير السالبة $[٠ ، \infty[$

⑦ $ح^{*} = ح - \{٠\}$

⑧ $٣ \in [٣ ، ٥]$

⑨ $٣ \notin ]٣ ، ٥]$

⑩ $\{٤ ، ٧\} \subset [٤ ، ٧]$

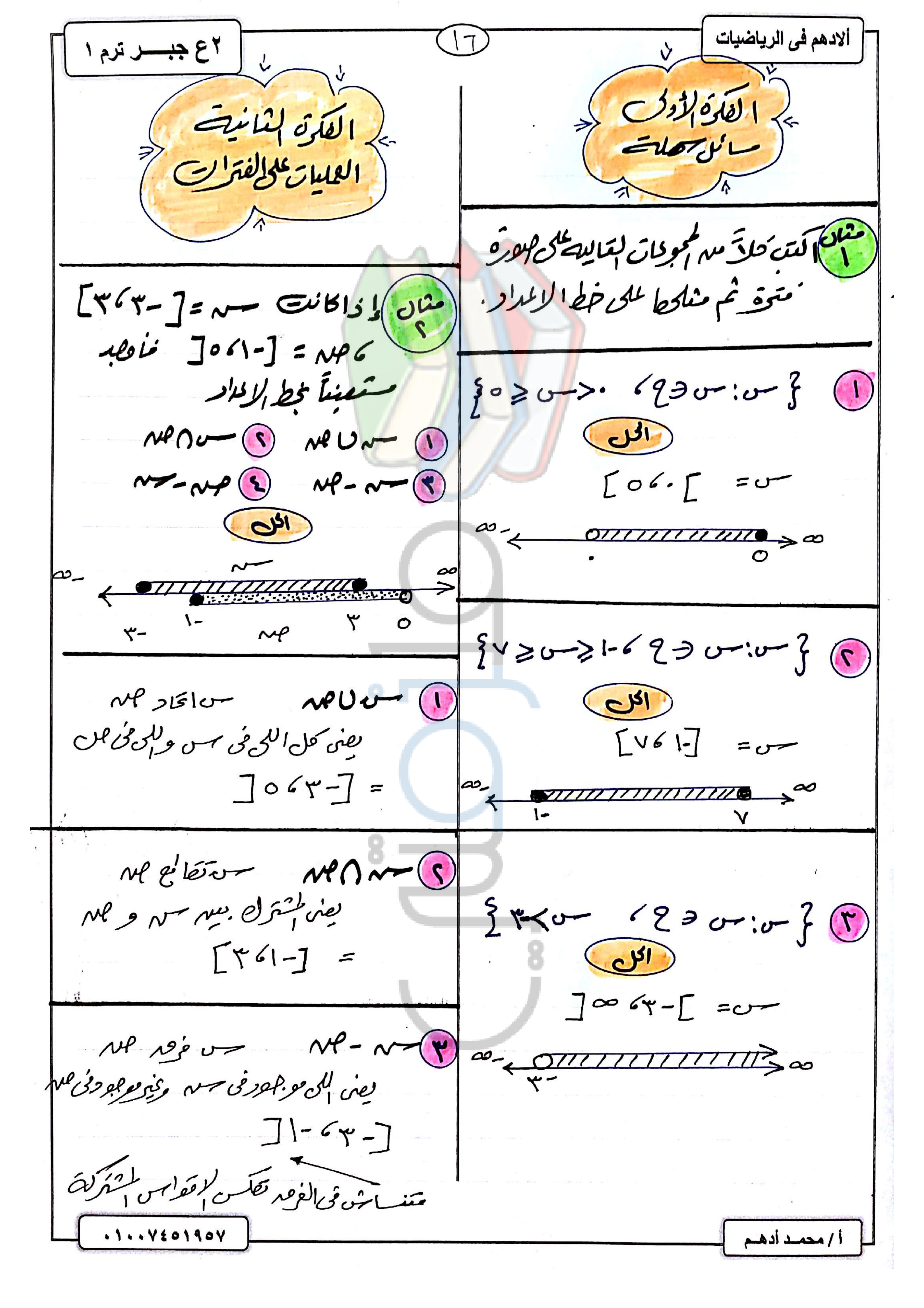
⑪ $[٤ ، ٧] - \{٤ ، ٧\} = ]٤ ، ٧[$

⑫ $]١ ، ٥[ \cup \{١ ، ٥\} = [١ ، ٥]$

**«نصيحة»**

**تجنبوا شرب البيبسي على الريق**

حمدي شلبي شاب عنده ٢٣ سنة
شرب بيبسي على الريق ومات بعدها
بـ ٤٦ سنة في حادثة موتوسيكل



## الفكرة الأولى
### مسائل محلولة

**مثال ١:** اكتب كلاً من المجموعات التالية على صورة فترة ثم مثلها على خط الأعداد.

١) {س : س ∈ ح ، ٠ < س ≤ ٥}

**الحل**

س = ]٠ ، ٥]

-∞ ، ٠ ، ٥ ، ∞

٢) {س : س ∈ ح ، -١ ≤ س ≤ ٧}

**الحل**

س = [-١ ، ٧]

-∞ ، -١ ، ٧ ، ∞

٣) {س : س ∈ ح ، س > -٣}

**الحل**

س = ]-٣ ، ∞[

-∞ ، -٣ ، ∞

## الفكرة الثانية
### العمليات على الفترات

**مثال ٢:** إذا كانت س = [-٣ ، ٣] ، ص = [-١ ، ٥[ فأوجد مستعيناً بخط الأعداد

١) س ∪ ص ٢) س ∩ ص
٣) س - ص ٤) ص - س

**الحل**

س ، ص ، -∞ ، ∞ ، -٣ ، -١ ، ٣ ، ٥

١) س ∪ ص : س اتحاد ص
يعني كل اللي في س واللي في ص
= [-٣ ، ٥[

٢) س ∩ ص : س تقاطع ص
يعني المشترك بين س و ص
= [-١ ، ٣]

٣) س - ص : س فرق ص
يعني اللي موجود في س وغير موجود في ص
[-٣ ، -١[

متنساش في الفرق تعكس الأقواس المشتركة

④ ص − س ← ص فرق س

الموجود في ص وغير موجود في س

[٣ ، ٥[

← تكلستا ٣ لانها مشتركة

**مثال ٤** إذا كانت س = [٣ ، ∞[ ، ص = ]−∞ ، ٥[

فاوجد مستعيناً بخط الاعداد

① س ∩ ص ② س ∪ ص

③ س − ص ④ ص − س

⑤ س̀ ⑥ ص̀

**الحل**

(خط الأعداد: س ، ص ، −∞ ، ∞ ، ٣ ، ٥)

① س ∩ ص = [٣ ، ٥[

② س ∪ ص = ]−∞ ، ∞[ = ع

③ س − ص = [٥ ، ∞[

④ ص − س = ]−∞ ، ٣[

⑤ س̀ = مكملة س كل الخط ماعدا س = ]−∞ ، ٣[

⑥ ص̀ = مكملة ص كل الخط ماعدا ص = [٥ ، ∞[

## الواجب

**① أكمل**

① ]−∞ ، ∞[ = ....

② ع+ = ....  ع̀ = ....

③ [−١ ، ٤] − {−١ ، ٤} = ....

④ {٢ ، ٧} ∪ ]٢ ، ٧[ = ....

⑤ مجموعة الاعداد غير الموجبة = ....

⑥ " " غير السالبة = ....

⑦ ٥ .... [٥ ، ٧]

⑧ ٣ .... ]٣ ، ٢[

**② اكتب على شكل فترة ومثلها على خط الاعداد**

① ص = {س : س ∈ ح ، −١ ≤ س ≤ ١}

② س = {س : س ∈ ح ، ٢ < س < ٧}

③ س = {س : س ∈ ح ، −٣ < س ≤ ١}

④ س = {س : س ∈ ح ، س ≥ ٢}

⑤ س = {س : س ∈ ح ، س < ٣}

**③** إذا كانت س = [−٣ ، ٣] ، ص = [٠ ، ٥]

فاوجد مستعيناً بخط الاعداد

① س ∩ ص ② س ∪ ص

③ س − ص ④ ص − س

⑤ س̀ ⑥ ص̀

# ٥ العمليات على الأعداد الحقيقية

الوحدة الأولى




١) العنصر المحايد الجمعي في ح هو الصفر

٢) العنصر المحايد الضربي في ح هو الواحد

٣) علشان تجيب المعكوس الجمعي تغير الإشارة

٤) علشان تجيب المعكوس الضربي تقلب الكسر




**مثال ١** أوجد ناتج

١) $2\sqrt{3}+\sqrt{3}=3\sqrt{3}$

٢) $5\sqrt{2}-3\sqrt{2}=2\sqrt{2}$

٣) $7\sqrt{5}-3\sqrt{5}=4\sqrt{5}$

٤) $\sqrt{3}\times\sqrt{3}=\sqrt{3\times3}=\sqrt{9}=3$

٥) $\sqrt{5}\times\sqrt{5}=5$

٦) $\sqrt{7}\times\sqrt{7}=7$

٧) $\sqrt{2}\times\sqrt{3}=\sqrt{6}$

٨) $2\sqrt{3}\times5\sqrt{2}=10\sqrt{6}$

٩) $\dfrac{8\sqrt{6}}{2\sqrt{3}}=4\sqrt{\dfrac{6}{3}}=4\sqrt{2}$

١٠) $\dfrac{15\sqrt{10}}{5\sqrt{5}}=3\sqrt{2}$

**مثال ٢** أوجد المعكوس الجمعي لكل من

١) $\sqrt{3} \Leftarrow -\sqrt{3}$

٢) $-\sqrt{5} \Leftarrow \sqrt{5}$

٣) $1+\sqrt{2} \Leftarrow -1-\sqrt{2}$

٤) $-3-\sqrt{7} \Leftarrow \sqrt{7}+3$

٥) $-2+\sqrt{8} \Leftarrow 2-\sqrt{8}$

٦) $5-\sqrt{3} \Leftarrow -5+\sqrt{3}=\sqrt{3}-5$

## الفكرة الثانية
## سهلة كمان

**مثال ٣** اكتب بحيث يكون المقام عدداً صحيحاً

١) $\dfrac{9}{\sqrt{3}} \Leftarrow \dfrac{9\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}=\dfrac{9\sqrt{3}}{3}=3\sqrt{3}$

٢) $\dfrac{6}{\sqrt{2}} \Leftarrow \dfrac{6\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=\dfrac{6\sqrt{2}}{2}=3\sqrt{2}$

③ $\frac{٣}{\sqrt{٧}} \Leftarrow \frac{٣\times\sqrt{٧}}{\sqrt{٧}\times\sqrt{٧}} = \frac{٣\sqrt{٧}}{٧}$

④ $\frac{-٥}{٢\sqrt{٥}} \Leftarrow \frac{-٥\times\sqrt{٥}}{٢\times\sqrt{٥}\times\sqrt{٥}} = \frac{-٥\sqrt{٥}}{٢\times٥} = \frac{-\sqrt{٥}}{٢}$



**مثال ٤** أوجد المعكوس الضربى

بنقلب الكسر

① $\frac{٢}{\sqrt{٣}} \Leftarrow \frac{\sqrt{٣}}{٢}$

② $\frac{١}{\sqrt{٥}} \Leftarrow \frac{\sqrt{٥}}{١} = \sqrt{٥}$

③ $\frac{-٣}{\sqrt{٢}} \Leftarrow \frac{\sqrt{٢}}{-٣} = -\frac{\sqrt{٢}}{٣}$

④ $\frac{\sqrt{٦}}{٢} \Leftarrow \frac{٢\times\sqrt{٦}}{\sqrt{٦}\times\sqrt{٦}} = \frac{٢\sqrt{٦}}{٦} = \frac{\sqrt{٦}}{٣}$

⑤ $\frac{\sqrt{٥}}{١٠} \Leftarrow \frac{١٠\times\sqrt{٥}}{\sqrt{٥}\times\sqrt{٥}} = \frac{١٠\sqrt{٥}}{٥} = ٢\sqrt{٥}$

**مثال ٥** إذا كانت س = $٥\sqrt{٣} - ٢$

وص = $٥\sqrt{٣} + ٢$

فأوجد قيمة ① س + ص

② س − ص

③ س² + ٢ س ص + ص²

**الحل**

① س + ص = $٥\sqrt{٣} - ٢ + ٥\sqrt{٣} + ٢$

$= ٥\sqrt{٣} + ٥\sqrt{٣} = ١٠\sqrt{٣}$

② س − ص = $٥\sqrt{٣} - ٢ - (٥\sqrt{٣} + ٢)$

$= ٥\sqrt{٣} - ٢ - ٥\sqrt{٣} - ٢$

$= -٢ - ٢ = -٤$

③ س² + ٢ س ص + ص² = (س + ص)²

$= (١٠\sqrt{٣})^٢ = ١٠٠ \times ٣ = ٣٠٠$

**مثال ٦** إذا كانت س = $٢\sqrt{٥} + ١$

ص = $٢\sqrt{٥} - ١$

فأوجد ① س + ص

② س − ص

③ س² + ٢ س ص + ص²

④ س² − ٢ س ص + ص²

**الحل**

① س + ص = $٢\sqrt{٥} + ١ + ٢\sqrt{٥} - ١ = ٤\sqrt{٥}$

② س − ص = $٢\sqrt{٥} + ١ - (٢\sqrt{٥} - ١)$

$= ٢\sqrt{٥} + ١ - ٢\sqrt{٥} + ١ = ٢$

③ س² + ٢ س ص + ص² = (س + ص)²

$= (٤\sqrt{٥})^٢ = ١٦ \times ٥ = ٨٠$

④ س² − ٢ س ص + ص² = (س − ص)²

$= (٢)^٢ = ٤$

## ملحوظة مهمة جداً

① $(س + ص)(س - ص) = س^٢ - ص^٢$

② $(س + ص)^٢ = س^٢ + ٢س ص + ص^٢$

③ $(س - ص)^٢ = س^٢ - ٢س ص + ص^٢$

### مثال ٧ أوجد في أبسط صورة

① $٢(\sqrt{٣} - \sqrt{٧}) = ٢\sqrt{٣} - ٢\sqrt{٧}$

② $٣(\sqrt{٢} + ٥\sqrt{٣}) = ٣\sqrt{٢} + ١٥\sqrt{٣}$

③ $\sqrt{٢}(٣ + \sqrt{٥}) = ٣\sqrt{٢} + \sqrt{١٠}$

④ $-\sqrt{٣}(-٥ - \sqrt{٣}) = ٥\sqrt{٣} + ٣$

⑤ $(٢\sqrt{٣})^٢ = (٢)^٢ \times (\sqrt{٣})^٢ = ٢ \times ٣ = ٦$

⑥ $(٢\sqrt[٣]{٥})^٣ = (٢)^٣ \times (\sqrt[٣]{٥})^٣ = ٨ \times ٥ = ٤٠$

⑦ $\frac{\sqrt{٢} + ٣}{\sqrt{٢}} \Leftarrow \frac{\sqrt{٢} \times \sqrt{٢} + ٣\sqrt{٢}}{\sqrt{٢} \times \sqrt{٢}} = \frac{٢ + ٣\sqrt{٢}}{٢}$




### ١ أكمل

① $٢\sqrt{٣} + ٥\sqrt{٣} =$

② $٣\sqrt{٧} - \sqrt{٧} =$ .

③ العنصر المحايد الجمعي في ح هو ....

④ العنصر المحايد الضربي في ح هو ....

⑤ المعكوس الجمعي $\sqrt{٢} - \sqrt{٣}$ هو ....

⑥ المعكوس الضربي $\frac{\sqrt{٢}}{٣}$ هو ....

⑦ $(٢\sqrt{٥})^٢ =$ ....

⑧ $(٢\sqrt[٣]{٣})^٣ =$ ....

### ٢ اختصر

① $٢\sqrt{٧} - ٣\sqrt{٢} + \sqrt{٧} + ٥\sqrt{٧}$

② $٢\sqrt{٣} + ٥ + \sqrt{٣} - ٦$

③ $\sqrt{٣} \times \sqrt{٥}$

④ $\sqrt{٢}(\sqrt{٧} + ٢)$

⑤ $\sqrt{٥}(٣ - \sqrt{٥})$

⑥ $(\sqrt{٢} + ١)(\sqrt{٢} - ١)$

### ٣ اجعل المقام عدداً صحيحاً

① $\frac{٥}{\sqrt{١٠}}$ ② $\frac{٨}{\sqrt{٢}}$

③ $\frac{-٦}{\sqrt{٣}}$ ④ $\frac{٢٥}{٢\sqrt{١٠}}$

# ٦ العمليات على الجذور التربيعية

الوحدة الأولى

لاحظ أن

١) $\sqrt{٨} = \sqrt{٤ \times ٢} = ٢\sqrt{٢}$

٢) $\sqrt{١٢} = \sqrt{٤ \times ٣} = ٢\sqrt{٣}$

٣) $\sqrt{٢٠} = \sqrt{٤ \times ٥} = ٢\sqrt{٥}$

٤) $\sqrt{٤٥} = \sqrt{٩ \times ٥} = ٣\sqrt{٥}$

٥) $\sqrt{٤٨} = \sqrt{١٦ \times ٣} = ٤\sqrt{٣}$

٦) $\sqrt{٢٨} = \sqrt{٤ \times ٧} = ٢\sqrt{٧}$

٧) $\sqrt{٢٧} = \sqrt{٣ \times ٩} = ٣\sqrt{٣}$

٨) $\sqrt{٧٥} = \sqrt{٣ \times ٢٥} = ٥\sqrt{٣}$

٩) $\sqrt{٤٠} = \sqrt{٤ \times ١٠} = ٢\sqrt{١٠}$

١٠) $\sqrt{٥٤} = \sqrt{٦ \times ٩} = ٣\sqrt{٦}$

**مثال ١** اختصر لأبسط صورة .

١) $\sqrt{٤٥} - ٢\sqrt{٢٠} + ٢\sqrt{٥}$

**الحل**

$\sqrt{٥ \times ٩} - ٢\sqrt{٥ \times ٤} + ٢\sqrt{٥}$

$٣\sqrt{٥} - ٢ \times ٢\sqrt{٥} + ٢\sqrt{٥}$

$٣\sqrt{٥} - ٤\sqrt{٥} + ٢\sqrt{٥}$

$(٣\sqrt{٥} + ٢\sqrt{٥}) - (٤\sqrt{٥}) = \sqrt{٥}$

٢) $\sqrt{٧٥} - ٢\sqrt{١٢} + ٣\sqrt{٣}$

**الحل**

$\sqrt{٣ \times ٢٥} - ٢\sqrt{٣ \times ٤} + ٣\sqrt{٣}$

$٥\sqrt{٣} - (٢ \times ٢)\sqrt{٣} + ٣\sqrt{٣}$

$٥\sqrt{٣} - ٤\sqrt{٣} + ٣\sqrt{٣} = ٤\sqrt{٣}$

٣) $٢\sqrt{٥} + ٤\sqrt{٢٠} - ٥\sqrt{\frac{١}{٥}}$

**الحل**

$٢\sqrt{٥} + ٤\sqrt{٤ \times ٥} - \sqrt{(٥)^{٢} \times \frac{١}{٥}}$

$٢\sqrt{٥} + ٤ \times ٢\sqrt{٥} - \sqrt{\frac{٢٥}{٥}}$

$٢\sqrt{٥} + ٨\sqrt{٥} - \sqrt{٥} = ١٠\sqrt{٥} - \sqrt{٥}$

$= ٩\sqrt{٥}$

٤) $\sqrt{٣٢} - \sqrt{٥٠} + ٦\sqrt{\frac{١}{٢}}$

**الحل**

$\sqrt{٢ \times ١٦} - \sqrt{٢ \times ٢٥} + ٢ \times ٣\sqrt{\frac{١}{٢}}$

$٤\sqrt{٢} - ٥\sqrt{٢} + ٣\sqrt{\frac{(٢)^{٢}}{٢}}$

$٤\sqrt{٢} - ٥\sqrt{٢} + ٣\sqrt{٢} = ٧\sqrt{٢} - ٥\sqrt{٢}$

$= ٢\sqrt{٢}$

حد فاهم حاجة ؟

٥) $٢\sqrt{٢٧} - ٣\sqrt{\frac{١}{٣}} - ٦\sqrt{\frac{١}{٣}}$

**الحل**

$٢\sqrt{٣ \times ٩} - \sqrt{(٣)^{٢} \times \frac{١}{٣}} - ٢ \times ٣\sqrt{\frac{١}{٣}}$

$(٢ \times ٣)\sqrt{٣} - \sqrt{٣} - ٢\sqrt{\frac{(٣)^{٢}}{٣}}$

$٦\sqrt{٣} - \sqrt{٣} - ٢\sqrt{٣} = ٦\sqrt{٣} - ٣\sqrt{٣}$

$= ٣\sqrt{٣}$




## أوجد ناتج

١) $(\sqrt{٥} - \sqrt{٣})(\sqrt{٥} + \sqrt{٣})$

**الحل**

تذكر أن $(س - ص)(س + ص) = س^{٢} - ص^{٢}$

$= (\sqrt{٥})^{٢} - (\sqrt{٣})^{٢} = ٥ - ٣ = ٢$

٢) $(\sqrt{٢} + \sqrt{٦})^{٢}$

**الحل**

تذكر أن $(س + ص)^{٢} = س^{٢} + ٢س ص + ص^{٢}$

$= (\sqrt{٢})^{٢} + ٢ \times \sqrt{٢} \times \sqrt{٦} + (\sqrt{٦})^{٢}$

$٢ + ٢ \times \sqrt{٢} \times \sqrt{٢} \times \sqrt{٣} + ٦$

$٢ + ٢ \times ٢\sqrt{٣} + ٦$

$٢ + ٤\sqrt{٣} + ٦ = ٨ + ٤\sqrt{٣}$




## ١ اختصر لأبسط صورة

١) $\sqrt{١٨} + \sqrt{٥٠}$

٢) $\sqrt{٢٠} - \sqrt{٤٥}$

٣) $٣\sqrt{٢} + \sqrt{٨} - \sqrt{١٨}$

٤) $٢\sqrt{٥} + ٦\sqrt{\frac{١}{٣}} - \sqrt{١٢} - ٥\sqrt{\frac{١}{٥}}$

٥) $\sqrt{٥} \times ٢\sqrt{١٠}$

٦) $٢\sqrt{٣} \times ٥\sqrt{٢}$

٧) $٢\sqrt{١٨} \times ٣\sqrt{٢}$

٨) $\sqrt{٦}(\sqrt{٣} - \sqrt{٢})$

٩) $(\sqrt{٧} - \sqrt{٥})(\sqrt{٧} + \sqrt{٥})$

## ٢ أكمل

١) $\sqrt{٧٥} =$ ---

٢) $\frac{٨\sqrt{١٠}}{٢\sqrt{٥}} =$ ---

٣) إذا كانت $س^{٢} = ٥$ فإن $س =$ ---

٤) $\sqrt{٥}$ ، $\sqrt{٢٠}$ ، $\sqrt{٤٥}$ ، $\sqrt{٨٠}$ ، ---- بنفس النمط

اللى هيحل الواجب له جائزة قيمة

الوحدة الأولى



# العددان المترافقان

العدد ⟸ المرافق

$\sqrt{5}+\sqrt{2} \Leftarrow \sqrt{5}-\sqrt{2}$

$\sqrt{7}-\sqrt{3} \Leftarrow \sqrt{7}+\sqrt{3}$

$\sqrt{3}-\sqrt{2} \Leftarrow \sqrt{3}+\sqrt{2}$




١) مجموع العددين المترافقين = ٢ × الحد الأول

٢) حاصل ضرب العددين المترافقين

(الحد الأول)$^2$ − (الحد الثاني)$^2$

| العدد | مرافقه | مجموعهما | حاصل ضربهما |
|---|---|---|---|
| $\sqrt{3}+\sqrt{2}$ | $\sqrt{3}-\sqrt{2}$ | $2\sqrt{3}$ | $(\sqrt{3})^2-(\sqrt{2})^2=3-2=1$ |
| $\sqrt{5}-\sqrt{3}$ | $\sqrt{5}+\sqrt{3}$ | $2\sqrt{5}$ | $5-3=2$ |
| $\sqrt{7}-3$ | $\sqrt{7}+3$ | $2\sqrt{7}$ | $(\sqrt{7})^2-(3)^2=7-9=-2$ |

**مثال ١** أختصر لأبسط صورة

$(\sqrt{5}-\sqrt{3})+(\sqrt{5}+\sqrt{3})=2\sqrt{5}$

١) $(\sqrt{7}-\sqrt{2})(\sqrt{7}+\sqrt{2})$

الحل

$=(\sqrt{7})^2-(\sqrt{2})^2=7-2=5$

٢) $(2\sqrt{3}+\sqrt{5})(2\sqrt{3}-\sqrt{5})$

الحل

$(2\sqrt{3})^2-(\sqrt{5})^2$

$=4\times3-5=12-5=7$

**مثال ٢** اكتب فى أبسط صورة

١) $\frac{4}{\sqrt{7}-\sqrt{3}}$

الحل

بالضرب × مرافقه للمقام $(\sqrt{7}+\sqrt{3})$

$=\frac{4(\sqrt{7}+\sqrt{3})}{(\sqrt{7}-\sqrt{3})(\sqrt{7}+\sqrt{3})}=\frac{4(\sqrt{7}+\sqrt{3})}{(7-3)}$

$=\frac{4(\sqrt{7}+\sqrt{3})}{4}=\sqrt{7}+\sqrt{3}$

٢) $\frac{12}{\sqrt{6}-\sqrt{2}}$

الحل

$=\frac{12(\sqrt{6}+\sqrt{2})}{(\sqrt{6}-\sqrt{2})(\sqrt{6}+\sqrt{2})}=\frac{12(\sqrt{6}+\sqrt{2})}{6-2}$

$$= \frac{(\sqrt{6}+\sqrt{2})\cancel{12}^{\,3}}{\cancel{4}} = 3(\sqrt{6}+\sqrt{2})$$

**مثال ٣** إذا كانت $س = \frac{2}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}$ ، $ص = \sqrt{5}-\sqrt{3}$ فأثبت أن س ، ص عددان مترافقان ثم أوجد قيمة $س^2 + 2 س ص + ص^2$

**الحل**

$$س = \frac{2}{(\sqrt{5}-\sqrt{3})} \times \frac{(\sqrt{5}+\sqrt{3})}{(\sqrt{5}+\sqrt{3})} = \frac{2(\sqrt{5}+\sqrt{3})}{5-3}$$

$$س = \frac{\cancel{2}(\sqrt{5}+\sqrt{3})}{\cancel{2}} = \sqrt{5}+\sqrt{3}$$

∵ $ص = \sqrt{5}-\sqrt{3}$

∴ س ، ص عددان مترافقان

المقدار

$$س^2 + 2 س ص + ص^2 = (س + ص)^2$$

$$= (\sqrt{5} - \cancel{\sqrt{3}} + \sqrt{5} + \cancel{\sqrt{3}})^2$$

$$= (2\sqrt{5})^2 = 4 \times 5 = 20$$

**تدريب** إذا كانت $س = \frac{4}{3+\sqrt{5}}$

$ص = 3 + \sqrt{5}$

فأثبت أن س ، ص مترافقان

ثم أوجد قيمة $س^2 + 2 س ص + ص^2$




**١** إذا كانت $س = \frac{4}{\sqrt{7}-\sqrt{3}}$

، $ص = \sqrt{7}-\sqrt{3}$ اثبت أن

س ، ص عددان مترافقان ثم أوجد قيمة

$س^2 + 2 س ص + ص^2$

**٢** اجعل المقام عدداً نسبياً


(١) $\frac{5}{\sqrt{7}-\sqrt{2}}$  (٢) $\frac{\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}}$

**٣** أكمل

(١) العدد $3+\sqrt{2}$ مرافقه ........ وحاصل ضربهما ........

(٢) مرافق العدد $\frac{1}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$ هو ........

(٣) المعكوس الضربي للعدد $(\sqrt{3}+\sqrt{2})$ في أبسط صورة هو

(٤) $(\sqrt{5}-\sqrt{2})(\sqrt{5}+\sqrt{2}) =$ ........

(٥) $(\sqrt{8}-3)(\sqrt{8}+3) =$ ........

(٦) $(5-2\sqrt{3})(5+2\sqrt{3}) =$ ........

(٧) $(\sqrt{7}-\sqrt{3}) + (\sqrt{7}+\sqrt{3}) =$ ........

(٨) $(\sqrt{5}-\sqrt{3}) - (\sqrt{5}+\sqrt{3}) =$ ........

# ٨ العمليات على الجذور التكعيبية

الوحدة الأولى

## لاحظ أن

$\sqrt[3]{16} = \sqrt[3]{2\times 8} = 2\sqrt[3]{2}$

$\sqrt[3]{24} = \sqrt[3]{3\times 8} = 2\sqrt[3]{3}$

$\sqrt[3]{54} = \sqrt[3]{2\times 27} = 3\sqrt[3]{2}$

$\sqrt[3]{81} = \sqrt[3]{3\times 27} = 3\sqrt[3]{3}$

## تذكر أن

| | |
|---|---|
| $\sqrt{1} = 1$ | $\sqrt[3]{1} = 1$ |
| $\sqrt{4} = 2$ | $\sqrt[3]{8} = 2$ |
| $\sqrt{9} = 3$ | $\sqrt[3]{27} = 3$ |
| $\sqrt{16} = 4$ | $\sqrt[3]{64} = 4$ |
| $\sqrt{25} = 5$ | $\sqrt[3]{125} = 5$ |
| $\sqrt{100} = 10$ | $\sqrt[3]{1000} = 10$ |

## مثال ١ اختصر لابسط صورة

**(١)** $\sqrt[3]{3} + \sqrt[3]{24} - \sqrt[3]{81}$

الحل

$\sqrt[3]{3} + \sqrt[3]{3\times 8} - \sqrt[3]{3\times 27}$

$\sqrt[3]{3} + 2\sqrt[3]{3} - 3\sqrt[3]{3}$

$= 3\sqrt[3]{3} - 3\sqrt[3]{3} =$ صفر

**(٢)** $\sqrt[3]{32} + 2\sqrt[3]{\frac{1}{2}} - (\sqrt[3]{-2})^2$

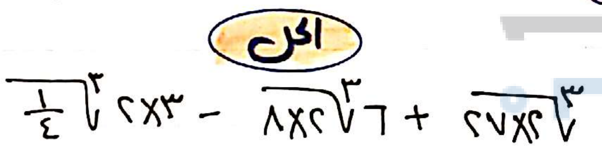
الحل

$\sqrt[3]{4\times 8} + \sqrt[3]{(2)^3 \times \frac{1}{2}} - \sqrt[3]{(-2)^2}$

$2\sqrt[3]{4} + \sqrt[3]{4} - \sqrt[3]{4}$

$= 3\sqrt[3]{4} - \sqrt[3]{4} = 2\sqrt[3]{4}$

**(٣)** $\sqrt[3]{54} + 6\sqrt[3]{16} - 6\sqrt[3]{\frac{1}{4}}$



الحل

$\sqrt[3]{2\times 27} + 6\sqrt[3]{2\times 8} - 3\times 2\sqrt[3]{\frac{1}{4}}$

$3\sqrt[3]{2} + (6\times 2)\sqrt[3]{2} - 3\sqrt[3]{\frac{(2)^3}{4}}$

$3\sqrt[3]{2} + 12\sqrt[3]{2} - 3\sqrt[3]{2}$

$= 15\sqrt[3]{2} - 3\sqrt[3]{2} = 12\sqrt[3]{2}$

## الواجب

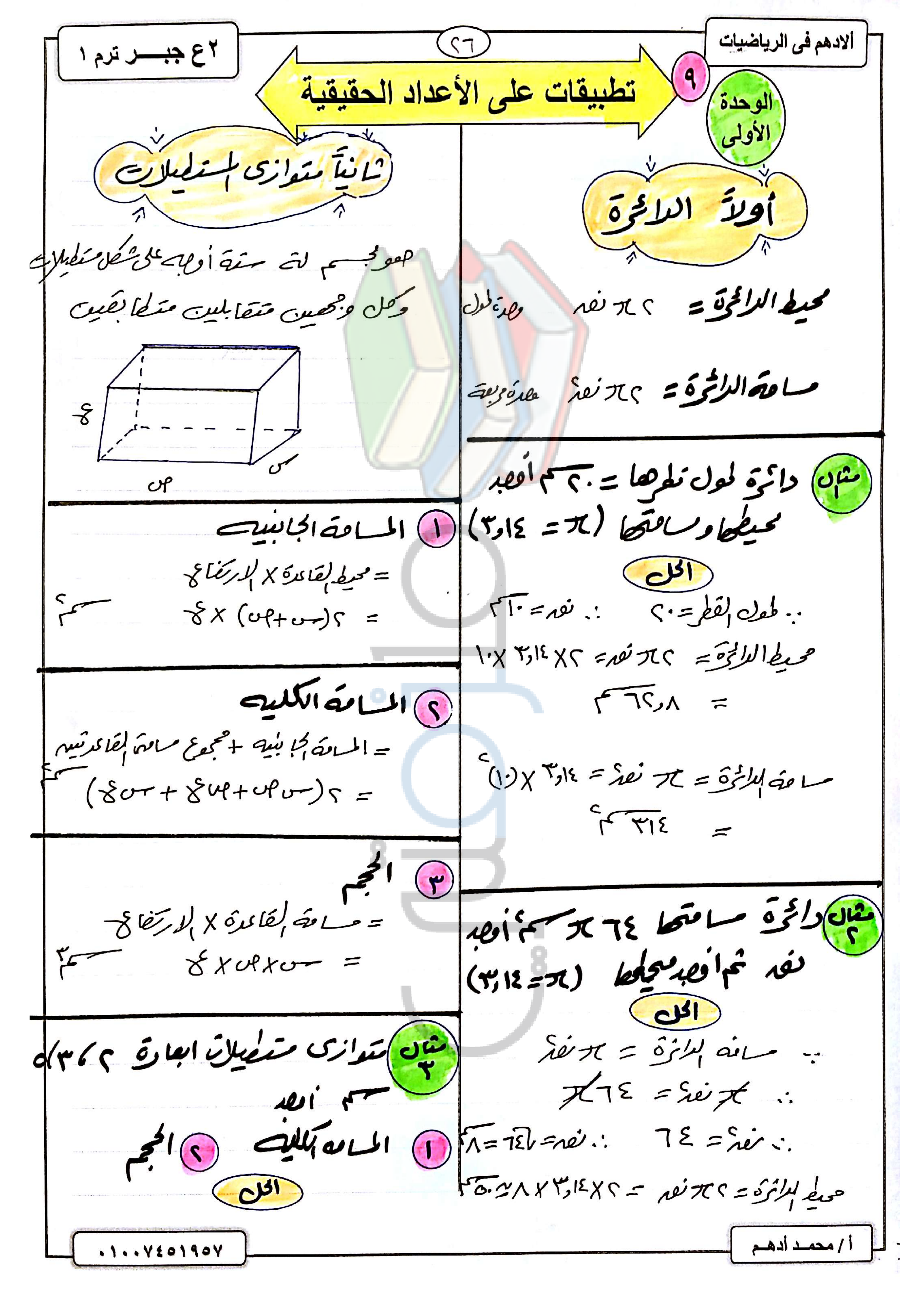
اختصر

(١) $\sqrt[3]{128} + \sqrt[3]{16} - 2\sqrt[3]{54}$

(٢) $\sqrt[3]{54} + 8\sqrt[3]{\frac{1}{4}} + 5\sqrt[3]{16}$

(٣) $\frac{2}{3}\sqrt[3]{81} + \sqrt[3]{54} - 7\sqrt[3]{2} + \sqrt[3]{16}$

(٤) $\sqrt[3]{54} + \sqrt[3]{-2}$





# ٩ تطبيقات على الأعداد الحقيقية

الوحدة الأولى

## أولاً الدائرة

محيط الدائرة = ٢ π نق وحدة طول

مساحة الدائرة = π نق² وحدة مربعة

**مثال ١** دائرة طول قطرها = ٢٠ سم أوجد محيطها ومساحتها (π = ٣٫١٤)

**الحل**

∵ طول القطر = ٢٠ ∴ نق = ١٠ سم

محيط الدائرة = ٢ π نق = ٢ × ٣٫١٤ × ١٠

= ٦٢٫٨ سم

مساحة الدائرة = π نق² = ٣٫١٤ × (١٠)²

= ٣١٤ سم²

**مثال ٢** دائرة مساحتها ٦٤ π سم² أوجد نق ثم أوجد محيطها (π = ٣٫١٤)

**الحل**

∵ مساحة الدائرة = π نق²

∴ π نق² = ٦٤ π

∵ نق² = ٦٤ ∴ نق = √٦٤ = ٨

محيط الدائرة = ٢ π نق = ٢ × ٣٫١٤ × ٨ = ٥٠٫٢٤ سم

## ثانياً متوازى المستطيلات

هو مجسم له ستة أوجه على شكل مستطيلات وكل وجهين متقابلين متطابقين



**١ المساحة الجانبية**

= محيط القاعدة × الارتفاع

= ٢(س + ص) × ع سم²

**٢ المساحة الكلية**

= المساحة الجانبية + مجموع مساحتي القاعدتين

= ٢(س ص + ص ع + س ع) سم²

**٣ الحجم**

= مساحة القاعدة × الارتفاع

= س × ص × ع سم³

**مثال ٣** متوازى مستطيلات ابعاده ٢، ٣، ٥ سم أوجد

١ المساحة الكلية ٢ الحجم

**الحل**

١ المساحة الكلية =

[(٥×٢) + (٥×٣) + (٣×٢)] ×٢

[١٠ + ١٥ + ٦] ×٢

= ٢ × ٣١ = ٦٢ سم²

٢ الحجم =

٢ × ٣ × ٥ = ٣٠ سم³

---

**مثال ٤** متوازي مستطيلات ابعاده ٣، ٤، ٥ سم

احسب

١ المساحة الكلية ٢ الحجم

**الحل**

المساحة الكلية = ٢ [

= ٢ [(٥×٣) + (٥×٤) + (٤×٣)]

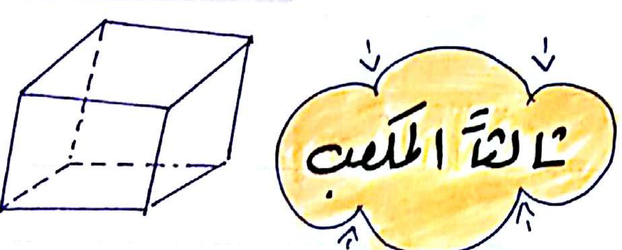
= ٢ [١٥ + ٢٠ + ١٢]

= ٢ [٤٧] = ٩٤ سم²

الحجم = ٣ × ٤ × ٥ = ٦٠ سم³

من قال سبحان الله وبحمده غرست له نخلة فى الجنة

---



## ثالثاً المكعب

هو مجسم له ستة أوجه على شكل مربع

أو

هو متوازي مستطيلات أطوال احرفه متساوية

١ مساحة الوجه الواحد = ل²

٢ المساحة الجانبية = ٤ ل²

٣ المساحة الكلية = ٦ ل²

٤ الحجم = ل³

---

**مثال ٥** مكعب طول حرفه = ٢ سم

احسب

١ المساحة الجانبية ٢ الكلية

٣ الحجم

**الحل**

* المساحة الجانبية = ٤ ل²

= ٤ × (٢)² = ٤ × ٤ = ١٦ سم²

* المساحة الكلية = ٦ ل²

= ٦ × (٢)² = ٦ × ٤ = ٢٤ سم²

* الحجم = ل³ = (٢)³ = ٨ سم³

# رابعاً الاسطوانة الدائرية القائمة

هى مجسم له قاعدتان متوازيتان ومتطابقتان وكل منهما على شكل دائرة.

نق
ع

## ١ المساحة الجانبية

= محيط القاعدة × الارتفاع

= ٢ π نق ع

## ٢ المساحة الكلية

المساحة الجانبية + القاعدتين

= ٢ π نق ع + ٢ π نق²

## ٣ الحجم

= مساحة القاعدة × الارتفاع

= π نق² ع

**مثال ٦** اسطوانة دائرية قائمة ارتفاعها ١٠ سم ، وحجمها ١٥٤٠ سم³ أوجد مساحتها الكلية ( $\pi = \frac{22}{7}$ )

**الحل**

∵ حجم الاسطوانة = π نق² ع ، ع = ١٠

∴ π نق² ع = ١٥٤٠

١٥٤٠ = ١٠ × نق² × $\frac{22}{7}$

١٥٤٠ = نق² × $\frac{220}{7}$

∴ نق² = ١٥٤٠ × $\frac{7}{220}$ = ٤٩

∴ نق = $\sqrt{49}$ = ٧ سم

∴ المساحة الكلية

= ٢ π نق ع + ٢ π نق²

= ٢ × $\frac{22}{7}$ × ٧ × ١٠ + ٢ × $\frac{22}{7}$ × (٧)²

= ٤٤٠ + ٤٤ × ٧

= ٤٤٠ + ٣٠٨ = ٧٤٨ سم²

**مثال ٧** اسطوانة دائرية قائمة حجمها = ٣٥٢ سم³ وارتفاعها ٧ سم أوجد طول نصف قطر قاعدتها $\pi = \frac{22}{7}$

**الحل**

حجم الاسطوانة = π نق² ع = ٣٥٢

∴ $\frac{22}{7}$ × نق² × ٧ = ٣٥٢

٢٢ نق² = ٣٥٢

∴ نق² = $\frac{352}{22}$ = ١٦

∴ نق = $\sqrt{16}$ = ٤ سم

**مثال ٨** أيهما أكبر حجماً مكعب طول حرفه ١٥ سم أم اسطوانة دائرية قائمة طول قطر قاعدتها ١٤ سم وارتفاعها ٢٠ سم؟ $\pi = \frac{22}{7}$

**الحل**

حجم المكعب = ل³ = (١٥)³ = ٣٣٧٥ سم³

حجم الاسطوانة = $\pi$ نق^٢ ع

ع = ٢٠ سم نق = $\frac{١٤}{٢}$ = ٧ سم

∴ $\pi$ نق^٢ ع = $\frac{٢٢}{٧}$ × (٧)^٢ × ٢٠

= ٣٠٨٠ سم^٣

∴ حجم المكعب أكبر من حجم الاسطوانة

## خواص الكرة

① مساحة سطح الكرة

= ٤ $\pi$ نق^٢

② حجم الكرة

= $\frac{٤}{٣}$ $\pi$ نق^٣

**مثال ٩** كرة طول نصف قطرها ١٠ سم

احسب مساحة سطحها وحجمها ($\pi$ = ٣,١٤)

**الحل**

مساحة سطح الكرة = ٤ $\pi$ نق^٢

= ٤ × ٣,١٤ × (١٠)^٢ = ١٢٥٦ سم^٢

حجم الكرة = $\frac{٤}{٣}$ $\pi$ نق^٣

= $\frac{٤}{٣}$ × ٣,١٤ × (١٠)^٣ ≃ ٤١٨٧ سم^٣

**مثال** كرة حجمها $\frac{٥٠٠}{٣}$ $\pi$ سم^٣

أوجد طول قطرها

**الحل**

حجم الكرة = $\frac{٤}{٣}$ $\pi$ نق^٣

∴ $\frac{٤}{٣}$ $\pi$ نق^٣ = $\frac{٥٠٠}{٣}$ $\pi$

نق^٣ = $\frac{٥٠٠}{٣}$ × $\frac{٣}{٤}$ = $\frac{٥٠٠}{٤}$

∴ نق^٣ = ١٢٥

∴ نق = $\sqrt[٣]{١٢٥}$ = ٥ سم

∴ طول القطر = ١٠ سم

## اضحك مع أبو أدهم

واحد عنده قط كل ما يرميه بعيد يرجع

رماه عند الجامع رجع

رماه عند المطعم رجع

رماه عند البحر رجع

الراجل اتعصب وقرر يرميه فى الصحرا

وداه وسط الصحرا وسابه

وبعد ساعتين اتصل على مراته قالها القط رجع

قالتله: أيوه رجع من ساعتين وقاعد منتظرك

قالها: اديه التليفون يوصفلى الطريق

ربنا يا خويا




① متوازى مستطيلات ابعاده ٣، ٥، ٦
احسب مساحته الكلية وحجمه

② مكعب طول حرفه ٥سم
احسب مساحته الجانبية - مساحته الكلية
حجمه

③ ايهما اكبر حجماً متوازى مستطيلات
ابعاده ٣، ٤سم، ٥سم، ٦سم
أم مكعب طول حرفه ٣سم

④ ايهما اكبر حجماً مكعب مساحته الكلية
٢٩٤سم² أم متوازى مستطيلات
ابعاده ٧سم، ٥سم، ٥سم

⑤ دائرة طول نصف قطرها ٧سم
اوجد محيطها ومساحتها $(\pi = \frac{22}{7})$

⑥ اسطوانة دائرية قائمة طول نصف
قطر قاعدتها ٧سم وارتفاعها ٦سم
احسب مساحتها الجانبية - الكلية
حجمها

⑦ ايهما اكبر حجماً اسطوانة دائرية
قائمة طول نصف قطر قاعدتها ٧سم
وارتفاعها ٣٠سم أم مكعب طول حرفه ١١سم

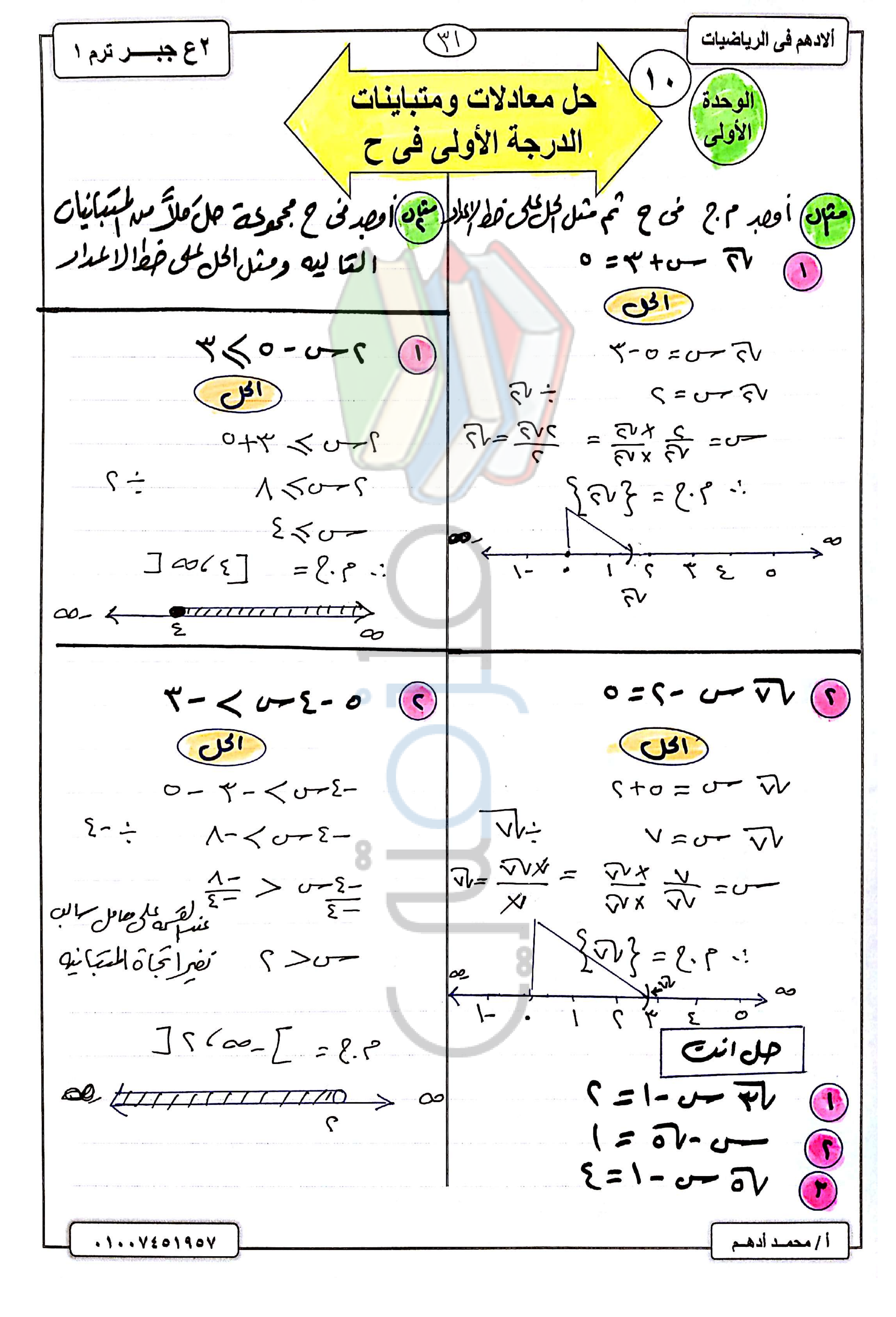
⑧ كرة طول قطرها ١٤سم احسب مساحتها
وحجمها $(\pi = \frac{22}{7})$

⑨ كرة حجمها ٤١٨٨سم³ اوجد
طول نصف قطرها $(\pi = ٣,١٤١)$

**اضحك محدش واخد منها حاجه**

ليه كلمة **(خمسة)** من أربع حروف
ليه كلمة **(اربعة)** من خمس حروفا
ليه كلمة **(مع بعض)** متفرقة
وكلمة **(متفرقه)** مع بعض
ليه **(الكلمه واحده)** من كلمتين
وليه **(كلمتين)** من كلمه واحده

يا سلام كليلك يا ستر لما تبقى رايح



الوحدة الأولى — ١٠

# حل معادلات ومتباينات الدرجة الأولى فى ح

**مثال** أوجد م.ح فى ح ثم مثل الحل على خط الأعداد

① $\sqrt{2}\,\text{س} + 3 = 5$

**الحل**

$\sqrt{2}\,\text{س} = 5 - 3$

$\sqrt{2}\,\text{س} = 2 \quad \div \sqrt{2}$

$\text{س} = \frac{2}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}$

∴ م.ح = $\{\sqrt{2}\}$

② $\sqrt{7}\,\text{س} - 2 = 5$

**الحل**

$\sqrt{7}\,\text{س} = 5 + 2$

$\sqrt{7}\,\text{س} = 7 \quad \div \sqrt{7}$

$\text{س} = \frac{7}{\sqrt{7}} \times \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{7}} = \frac{7\sqrt{7}}{7} = \sqrt{7}$

∴ م.ح = $\{\sqrt{7}\}$

**حل انت**

① $\sqrt{3}\,\text{س} - 1 = 2$

② $\text{س} - \sqrt{5} = 1$

③ $\sqrt{5}\,\text{س} - 1 = 4$

**مثال** أوجد فى ح مجموعة حل كلاً من المتباينات التالية ومثل الحل على خط الأعداد

① $2\text{س} - 5 \geq 3$

**الحل**

$2\text{س} \geq 3 + 5$

$2\text{س} \geq 8 \quad \div 2$

$\text{س} \geq 4$

∴ م.ح = $[4, \infty[$

② $5 - 4\text{س} > -3$

**الحل**

$-4\text{س} > -3 - 5$

$-4\text{س} > -8 \quad \div -4$

$\frac{-4\text{س}}{-4} < \frac{-8}{-4}$

نقسم على عدد سالب نغير اتجاه المتباينة

$\text{س} < 2$

م.ح = $]-\infty, 2[$

**(٣)** $-3 < 2\text{س} - 1 \le 5$

**الحل**

بإضافة $+1$ لجميع الأطراف

$-3+1 < 2\text{س} - 1 + 1 \le 5 + 1$

$-2 < 2\text{س} \le 6$ $\boxed{\div 2}$

$\frac{-2}{2} < \text{س} \le \frac{6}{2}$

$-1 < \text{س} \le 3$

$\therefore$ م.ح $= ]-1 ، 3]$

(خط الأعداد: $-1$ ، $3$)

**(٤)** $5\text{س} - 7 \ge 3\text{س} + 3$

**الحل**

$5\text{س} - 3\text{س} \ge 3 + 7$

$2\text{س} \ge 10$

$\therefore \text{س} \ge \frac{10}{2}$

$\therefore \text{س} \ge 5$

$\therefore$ م.ح $= [5 ، \infty[$

(خط الأعداد: $5$ ، $\infty$)

**(٥)** $\text{س} - 1 < 3\text{س} - 3 \le \text{س} + 5$

**الحل**

بإضافة $-\text{س}$ لجميع الأطراف

$\text{س} - \text{س} - 1 < 3\text{س} - \text{س} - 3 \le \text{س} - \text{س} + 5$

$-1 < 2\text{س} - 3 \le 5$

بإضافة $+3$ لجميع الأطراف

$-1 + 3 < 2\text{س} - 3 + 3 \le 5 + 3$

$\frac{2}{2} < \frac{2}{2}\text{س} \le \frac{8}{2}$ $\boxed{\div 2}$

$1 < \text{س} \le 4$

$\therefore$ م.ح $= ]1 ، 4]$

(خط الأعداد: $1$ ، $4$)

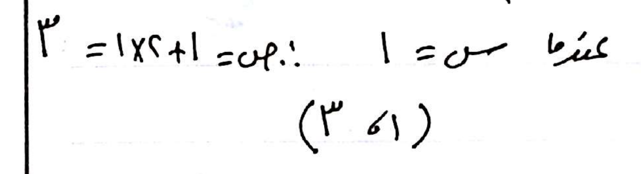



**(١)** أوجد في ح مجموعة حل المعادلات والمتباينات التالية ومثلها على خط الأعداد

1. $5\text{س} + 6 = 1$
2. $\sqrt{2}\,\text{س} - 1 = 1$
3. $\text{س} + 3 \le 5$
4. $5 - \text{س} < 2$
5. $3 - 2\text{س} \le 7$
6. $5\text{س} - 3 < 2\text{س} + 9$
7. $7\text{س} - 12 \ge 5\text{س} - 8$
8. $4\text{س} \le 5\text{س} + 2 \le 4\text{س} + 3$
9. $\text{س} - 1 \le 3\text{س} - 1 < \text{س} + 1$



# (١) العلاقة بين متغيرين



## الفكرة الأولى

**مثال ١:** أوجد ثلاثة أزواج مرتبة تحقق العلاقات التالية

(١) س + ص = ٢

الحل

في البداية حاول تخلي ص لوحدها في اليمين

ص = ٢ − س

عندما س = ٠ ∴ ص = ٢ − ٠ = ٢

الأول (٠ ، ٢)

عندما س = ١ ∴ ص = ٢ − ١ = ١

الثاني (١ ، ١)

عندما س = ٢ ∴ ص = ٢ − ٢ = ٠

الثالث (٢ ، ٠)

(٢) ص − ٢س = ١



الحل

ص = ١ + ٢س

عندما س = ٠ ∴ ص = ١ + ٢×٠ = ١

(٠ ، ١)

عندما س = ١ ∴ ص = ١ + ٢×١ = ٣

(١ ، ٣)

عندما س = ٢ ∴ ص = ١ + ٢×٢ = ٥

(٢ ، ٥)

**مثال ٢:** بين أي من الأزواج المرتبة (٠ ، ١) ، (٥ ، ٣) ، (−٢ ، −٥) يحقق العلاقة ٢س − ص = ١

الحل

بوضع س = ٠ ، ص = ١

٢×٠ − ١ = ٠ − ١ = −١ ≠ ١

∴ (٠ ، ١) لا تحقق

بوضع س = ٥ ، ص = ٣

٢×٥ − ٣ = ١٠ − ٣ = ٧ ≠ ١

∴ (٥ ، ٣) لا تحقق

بوضع س = −٢ ، ص = −٥

(٢×−٢) − (−٥) = −٤ + ٥ = ١

∴ (−٢ ، −٥) يحقق المعادلة

**مثال ٣** إذا كان (-٢، ١) يحقق العلاقة ٣س + ب ص = ١ فأوجد قيمة ب

**الحل**

بوضع س = -٢ ، ص = ١

(٣ × -٢) + (ب × ١) = ١

-٦ + ب = ١

ب = ١ + ٦ = ٧

∴ ب = ٧

**مثال ٤** إذا كان (-٣، ٢) يحقق العلاقة ٣س + ب ص = ١ فأوجد قيمة ب

**الحل**

بوضع س = -٣ ، ص = ٢

(٣ × -٣) + (ب × ٢) = ١

-٩ + ٢ب = ١

٢ب = ١ + ٩

٢ب = ١٠ ÷ ٢

∴ ب = $\frac{١٠}{٢}$ = ٥ ∴ ب = ٥

**مثال ٥** إذا كان (ل ، ٢ل) يحقق العلاقة س + ص = ٣٠ فأوجد قيمة ل

**الحل**

بوضع س = ل ، ص = ٢ل

∴ ل + ٢ل = ٣٠

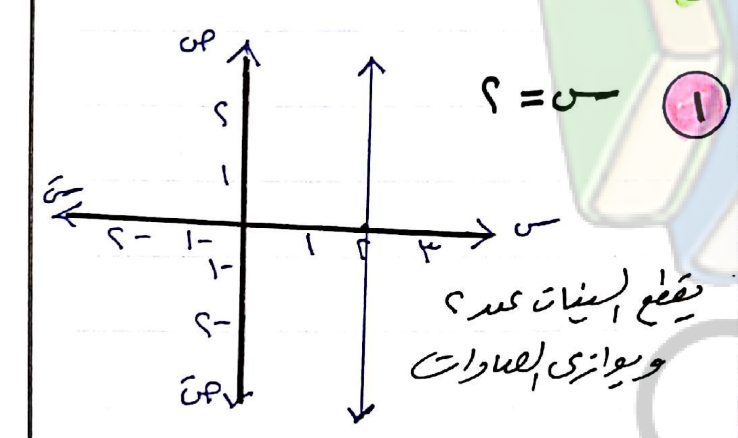
٣ل = ٣٠ ÷ ٣

∴ ل = $\frac{٣٠}{٣}$ = ١٠ ∴ ل = ١٠

## الفكرة الثانية تمثيل العلاقة الخطية

**مثال ٦** مثل كلاً من العلاقات التالية

١) س = ٢

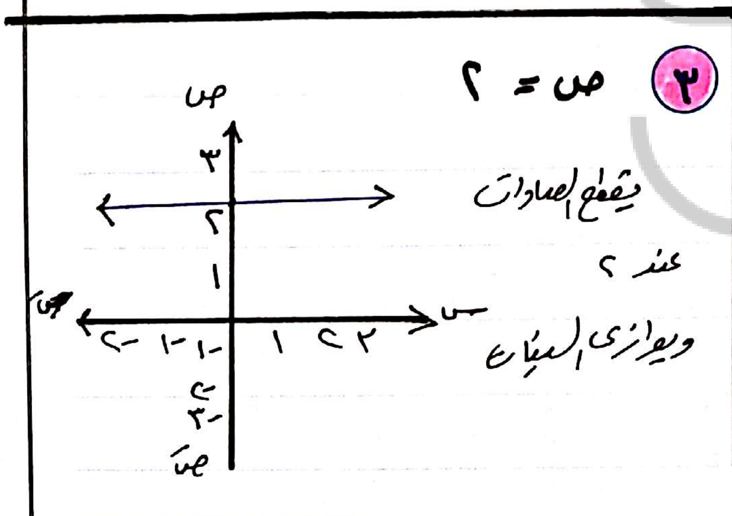


يقطع السينات عند ٢ ويوازى الصادات

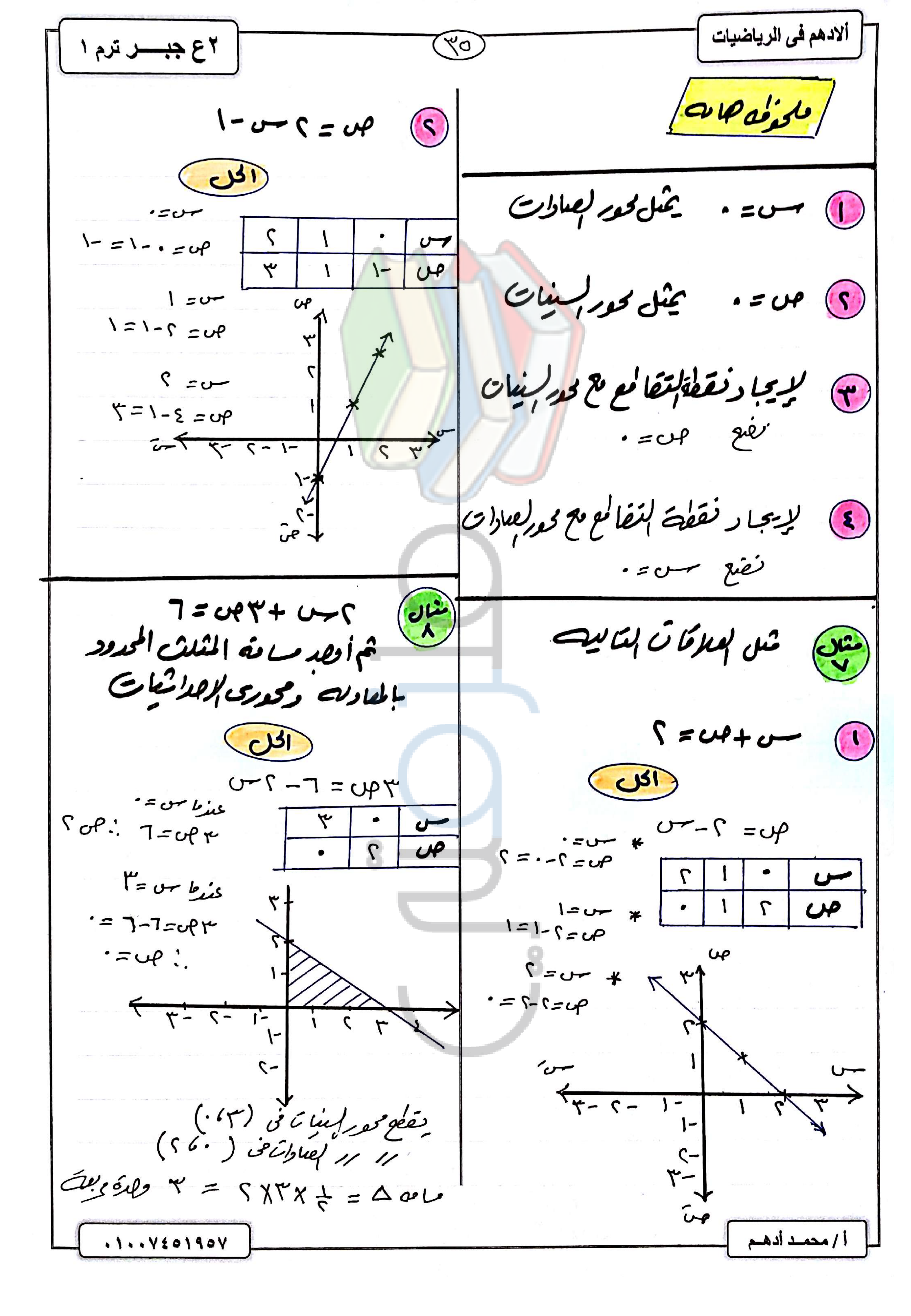
٢) س = -١

يقطع السينات عند -١ ويوازى الصادات

٣) ص = ٢



يقطع الصادات عند ٢ ويوازى السينات





## ملحوظة هامة

١) س = ٠ يمثل محور الصادات

٢) ص = ٠ يمثل محور السينات

٣) لإيجاد نقطة التقاطع مع محور السينات نضع ص = ٠

٤) لإيجاد نقطة التقاطع مع محور الصادات نضع س = ٠

## مثال ٧

مثل العلاقات التالية

١) س + ص = ٢

**الحل**

ص = ٢ - س

* س = ٠ ، ص = ٢ - ٠ = ٢
* س = ١ ، ص = ٢ - ١ = ١
* س = ٢ ، ص = ٢ - ٢ = ٠

| س | ٠ | ١ | ٢ |
|---|---|---|---|
| ص | ٢ | ١ | ٠ |

٢) ص = ٢س - ١

**الحل**

س = ٠ ، ص = ٠ - ١ = -١

س = ١ ، ص = ٢ - ١ = ١

س = ٢ ، ص = ٤ - ١ = ٣

| س | ٠ | ١ | ٢ |
|---|---|---|---|
| ص | -١ | ١ | ٣ |

## مثال ٨

٢س + ٣ص = ٦ ثم أوجد مساحة المثلث المحدود بالمعادلة ومحوري الإحداثيات

**الحل**

٣ص = ٦ - ٢س

عندما س = ٠ ، ٣ص = ٦ ∴ ص = ٢

عندما س = ٣ ، ٣ص = ٦ - ٦ = ٠ ∴ ص = ٠

| س | ٠ | ٣ |
|---|---|---|
| ص | ٢ | ٠ |

يقطع محور السينات فى (٣ ، ٠)

يقطع محور الصادات فى (٠ ، ٢)

مساحة △ = ½ × ٣ × ٢ = ٣ وحدة مربعة





١ أكمل


١) س = ٠ يمثل ---


٢) ص = ٠ يمثل ---


٣) أكمل الأزواج المرتبة التي تحقق العلاقة

ص = ٣س - ١

(١، ...) (٠، ---) (٢، ---)


٢ أوجد ثلاثة أزواج مرتبة تحقق


١) ص = س + ١


٢) ص = ٢س - ١


٣) ص = ٣س - ٥


٤) ص - ٢س = ١

٥) ص - ٣ = س


٣ إذا كان (٢، ٣) تحقق العلاقة

٣س + ب ص = ٩

فأوجد قيمة ب

٤ إذا كان (ك، ك) تحقق العلاقة

س + ٢ص = ١٥

فأوجد قيمة ك

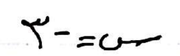

٥ إذا كان (ك، ك - ١) تحقق العلاقة


٢س + ص = ٥

٦ مثل كلاً من العلاقات التالية


١) ص = س - ١


٢) ص = ٢س + ٣


٣) ص - س = ٢

٤) ٢س + ص = ٦

٥) ص = ٢

٦) س = ١

٧) س = -٣

٨) ص = -٥

٩) س = ٠

١٠) ص = ٠

اضحك

واحدة وحشه بتقول لجوزها
يارا جل هاتلي شباك المطبخ
احسن جارنا بيشوفني

قالها : شاقل وقالى هيصالحني
على حسابه







٢ الوحدة الثانية

# ميل الخط المستقيم

## ملاحظات

١) ميل الخط المستقيم = فروق الصادات / فروق السينات = $\frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١}$

٢) ميل الموازي لمحور السينات = صفر (أفقي)

٣) ميل الموازي لمحور الصادات = غير معرف (رأسي)

٤) ميل العمودي على محور الصادات يعني موازي لمحور السينات = صفر

٥) ميل العمودي على محور السينات يعني موازي لمحور الصادات = غير معرف

٦) إذا كان موازي لمحور السينات يبقى البسط = صفر

٧) إذا كان موازي لمحور الصادات يبقى المقام = صفر




**مثال ١** أوجد ميل المستقيم المار بكل زوج من النقط التالية

١) $(١ ، ٢)$ ، $(٣ ، ٣)$

الحل

الميل = $\frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١} = \frac{٣ - ٢}{٣ - ١} = \frac{١}{٢}$

٢) $(٣ ، ٢)$ ، $(٤ ، ٥)$

الحل

الميل = $\frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١} = \frac{٥ - ٢}{٤ - ٣} = \frac{٣}{١} = ٣$

٣) $(١ ، ٣)$ ، $(٢ ، ١)$

الحل

الميل = $\frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١} = \frac{١ - ٣}{٢ - ١} = \frac{-٢}{١} = -٢$

٤) $(٢ ، ٣)$ ، $(٥ ، ٣)$

الحل

الميل = $\frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١} = \frac{٣ - ٣}{٥ - ٢} = \frac{صفر}{٣} =$ صفر

يعني موازي لمحور السينات

(٢، ٥) (٢، ٧)

الميل = $\frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١} = \frac{٧ - ٥}{٢ - ٢} = \frac{٢}{صفر}$ = غير معرف

يعنى موازى لمحور الصادات

## الفكرة الثانية

**مثال ٢** إذا كان ميل المستقيم (٢، ٥) (٣، ص) = ٤ فأوجد قيمة ص

**الحل**

∵ ميل المستقيم = $\frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١} = \frac{ص - ٥}{٣ - ٢}$

$\frac{ص - ٥}{١}$ = ص − ٥ = ٤

∴ ص = ٤ + ٥ ∴ ص = ٩

**مثال ٣** إذا كان (−٣، ٤)، (١، ص) ميله = ٢ فأوجد قيمة ص

**الحل**

الميل = $\frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١} = \frac{ص - ٤}{١ - (-٣)}$

$\frac{ص - ٤}{١ + ٣} = \frac{ص - ٤}{٤} = ٢$

∴ ص − ٤ = (٢ × ٤)

ص − ٤ = ٨

∴ ص = ٨ + ٤

ص = ١٢

**مثال ٤** اثبت ان النقط أ (٢، ٣) ب (٤، ٢) جـ (٨، ٠) تقع على استقامة واحدة

**الحل**

ميل أب (٢، ٣) (٤، ٢)

= $\frac{٢ - ٣}{٤ - ٢} = \frac{-١}{٢}$

ميل ب جـ (٤، ٢) (٨، ٠)

= $\frac{٠ - ٢}{٨ - ٤} = \frac{-٢}{٤} = \frac{-١}{٢}$

∵ ميل أب = ميل ب جـ

وهما مشتركتان فى نقطة ب

∴ أ، ب، جـ تقع على استقامة واحدة.

**مثال ٥** إذا كانت أ (٣، ٢) ب (٥، −١) ، جـ (١، ك) على استقامة واحدة فأوجد قيمة ك

**الحل**

ميل أب (٣، ٢) (٥، −١)

= $\frac{-١ - ٢}{٥ - ٣} = \frac{-٣}{٢}$

ميل ب جـ (٥، −١) (١، ك)

= $\frac{ك - (-١)}{١ - ٥} = \frac{ك + ١}{-٤}$

∵ م ، ب ، جـ على استقامة واحدة

∴ ميل $\overline{مب}$ = ميل $\overline{بجـ}$

∴ $\frac{-٣}{٢} = \frac{ك+١}{-٤}$

٢(ك+١) = -٣ × -٤

٢ك + ٢ = ١٢

٢ك = ١٢ - ٢ ٢ك = ١٠

∴ ك = $\frac{١٠}{٢}$ = ٥ ∴ ك = ٥

## الواجب

**١ أكمل**

١ ميل المستقيم الموازى لمحور السينات = ...

٢ ميل // الموازى لمحور الصادات = ...

٣ ميل المستقيم الأفقى = ....

٤ ميل المستقيم الرأسى = ....

٥ ميل العمودى على محور السينات = ...

٦ // // // // الصادات = ...

**٢ أوجد ميل $\overline{مب}$ حيث**

١ م (١ ، ٢) ب (٣ ، ٦)

٢ م (٢ ، ٥) ب (١ ، ٤)

٣ م (-٢ ، ١) ب (٣ ، -١)

٤ م (٥ ، ٢) ب (٣ ، ٢)

٥ م (٢ ، ١) ب (٢ ، ٤)

**٣ إذا كان** ميل $\overline{مب}$ = ٣

حيث م (١ ، ٣) ، ب (٢ ، ك) فأوجد قيمة ك

**٤ أوجد قيمة ك** التى تجعل (٣ ، ٤) (٢ ، ك)

موازياً لمحور السينات.

**٥ أوجد قيمة ك** التى تجعل (ك ، ١) (٥ ، ٧)

موازياً لمحور الصادات

على فكرة يا شباب

الموازى لمحور السينات بيكون الإحداثيات

الصادية متساوية ص١ = ص٢

والموازى لمحور الصادات بيكون الإحداثيات

السينية متساوية س١ = س٢

**٦ اثبت أن م ، ب ، جـ على استقامة واحدة**

م (٣ ، ٣) ب (١ ، ١) جـ (٢ ، ٢)

الوحدة الثالثة ١

# جمع البيانات وتنظيمها

**مثال ١** فيما يلي بيانات بالدرجات التي حصل عليها ٣٠ طالباً في أحد الاختبارات وكانت الدرجة النهائية من ٢٠ درجة

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ١٢ | ١٥ | ٨ | ١٣ | ١٦ | ١٧ | ٨ | ٩ | ٨ | ١٤ |
| ٢ | ٧ | ١٠ | ١٢ | ١٥ | ١٩ | ١١ | ١٣ | ٥ | ٧ |
| ٥ | ١٦ | ١٩ | ٤ | ٩ | ١٢ | ٣ | ١٣ | ١٧ | ٦ |

المطلوب: تكوين الجدول التكراري ذي المجموعات لهذه البيانات

**الحل**

المدى = أكبر قيمة - أصغر قيمة

= ١٩ - ٢ = ١٧

عدد المجموعات = ٦

طول المجموعة = $\frac{١٧}{٦}$ ≃ ٣

| المجموعة | العلامات الإحصائية | التكرار |
|---|---|---|
| ٢- | /// | ٣ |
| ٥- | ////̸ | ٥ |
| ٨- | ////̸ / | ٦ |
| ١١- | ////̸ // | ٧ |
| ١٤- | ////̸ | ٥ |
| ١٧- | //// | ٤ |

بحذف عمود العلامات

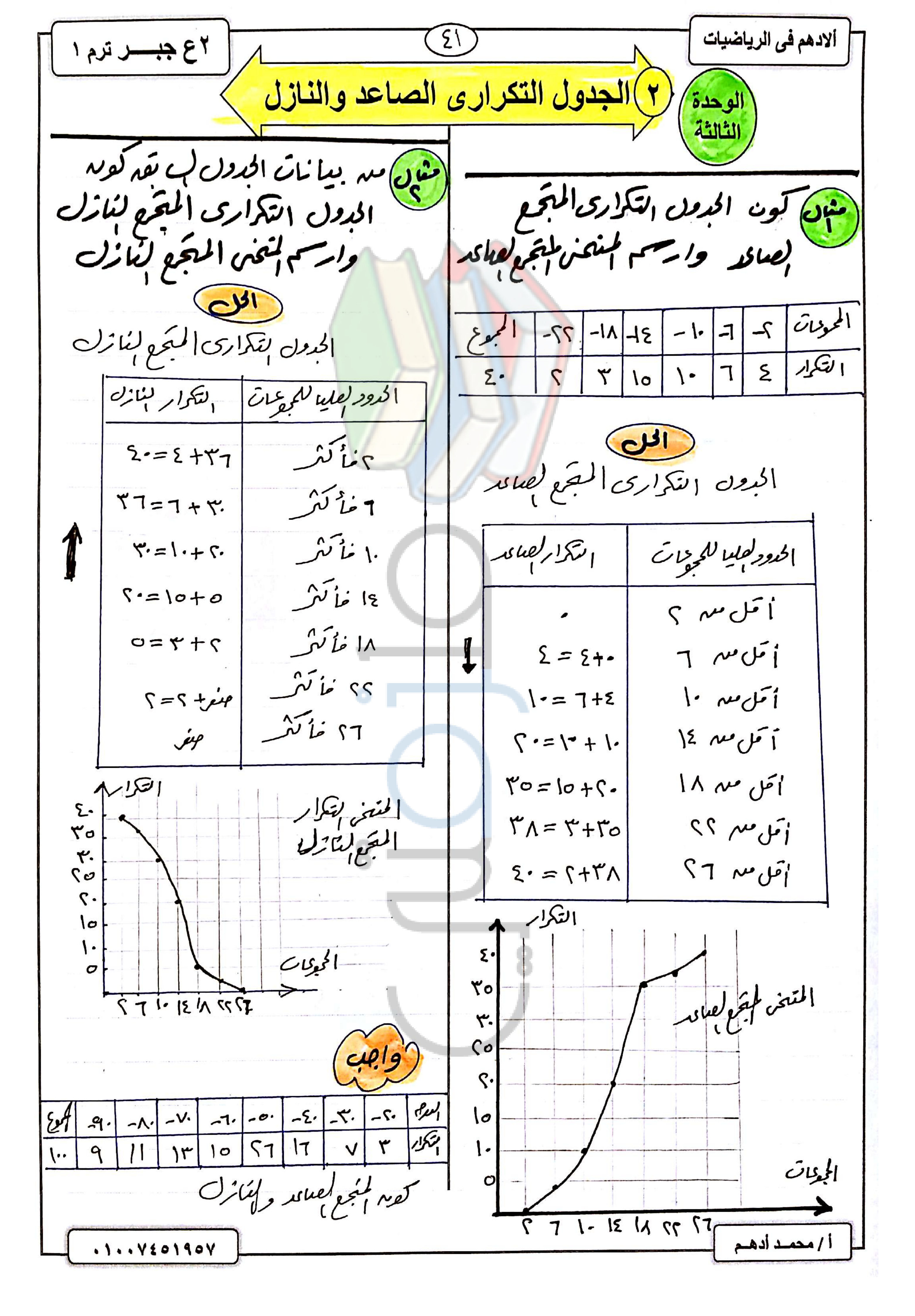
| المجموعة | ٢- | ٥- | ٨- | ١١- | ١٤- | ١٧- | المجموع |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| التكرار | ٣ | ٥ | ٦ | ٧ | ٥ | ٤ | ٣٠ |

افهم الدرس ده كويس علشان ملوش أي لازمة

* من طلب العلا سهر الليالي ومشر اللحاف وقال أنا مالي

* من نام واستاح ضمن النجاح ومن سهر الليالي عاد السنة تاني

* أوعوا تصدقوا الكلام ده





# ٢ الجدول التكرارى الصاعد والنازل

الوحدة الثالثة

**مثال ١** كون الجدول التكرارى المتجمع الصاعد وارسم المنحنى المتجمع الصاعد

| المجموعات | ٢- | ٦- | ١٠- | ١٤- | ١٨- | ٢٢- | المجموع |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| التكرار | ٤ | ٦ | ١٠ | ١٥ | ٣ | ٢ | ٤٠ |

**الحل**

الجدول التكرارى المتجمع الصاعد

| الحدود العليا للمجموعات | التكرار الصاعد |
|---|---|
| أقل من ٢ | ٠ |
| أقل من ٦ | ٠ + ٤ = ٤ |
| أقل من ١٠ | ٤ + ٦ = ١٠ |
| أقل من ١٤ | ١٠ + ١٠ = ٢٠ |
| أقل من ١٨ | ٢٠ + ١٥ = ٣٥ |
| أقل من ٢٢ | ٣٥ + ٣ = ٣٨ |
| أقل من ٢٦ | ٣٨ + ٢ = ٤٠ |



**مثال ٢** من بيانات الجدول السابق كون الجدول التكرارى المتجمع النازل وارسم المنحنى المتجمع النازل

**الحل**

الجدول التكرارى المتجمع النازل

| الحدود العليا للمجموعات | التكرار النازل |
|---|---|
| ٢ فأكثر | ٣٦ + ٤ = ٤٠ |
| ٦ فأكثر | ٣٠ + ٦ = ٣٦ |
| ١٠ فأكثر | ٢٠ + ١٠ = ٣٠ |
| ١٤ فأكثر | ٥ + ١٥ = ٢٠ |
| ١٨ فأكثر | ٢ + ٣ = ٥ |
| ٢٢ فأكثر | صفر + ٢ = ٢ |
| ٢٦ فأكثر | صفر |



**واجب**

| الحدود | ٢٠- | ٣٠- | ٤٠- | ٥٠- | ٦٠- | ٧٠- | ٨٠- | ٩٠- | المجموع |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| التكرار | ٣ | ٧ | ١٦ | ٢٦ | ١٥ | ١٣ | ١١ | ٩ | ١٠٠ |

كون المتجمع الصاعد والنازل




# ٣ الوسط الحسابى

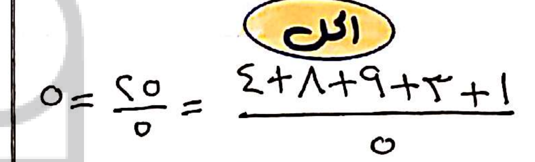
$$\text{الوسط الحسابى} = \frac{\text{مجموع القيم}}{\text{عددهم}}$$




**مثال ١** أوجد الوسط الحسابى لكل من

(١) ١ ، ٣ ، ٩ ، ٨ ، ٤

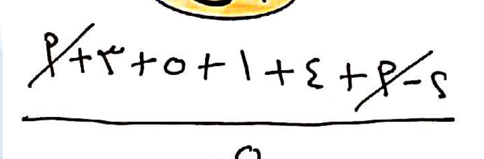
**الحل**



$$\frac{١+٣+٩+٨+٤}{٥} = \frac{٢٥}{٥} = ٥$$

(٢) ٢-م ، ٤ ، ١ ، ٥ ، ٣+م

**الحل**



$$\frac{\cancel{م}+٣+٥+١+٤+\cancel{م}-٢}{٥}$$

$$= \frac{١٥}{٥} = ٣$$

**مثال ٢** إذا كان الوسط الحسابى لدرجات خمس طلاب هو ٢٠ فإن مجموع الدرجات = ...

**الحل**

$$\text{الوسط الحسابى} = \frac{\text{مجموع الدرجات}}{\text{عددهم}}$$

$$\frac{\text{مجموع الدرجات}}{٥} = ٢٠$$

$$\therefore \text{مجموع الدرجات} = ٥ \times ٢٠ = ١٠٠$$

**مثال ٣** إذا كان الوسط الحسابى لدرجات عشرة تلاميذ هو ٧ فإن مجموع الدرجات = ...




$$\text{الوسط الحسابى} = \frac{\text{مجموع الدرجات}}{\text{عددهم}}$$

$$\frac{\text{مجموع الدرجات}}{١٠} = ٧$$

$$\therefore \text{مجموع الدرجات} = ٧ \times ١٠ = ٧٠$$

**مثال ٤**

$$\text{مركز المجموعة} = \frac{\text{الحد الأدنى} + \text{الحد الأعلى}}{٢}$$

(١) المجموعة من ٨ إلى ١٤ مركزها = ...

$$\frac{٨+١٤}{٢} = \frac{٢٢}{٢} = ١١$$

(٢) إذا كان الحد الأدنى ٤ والمركز ٩ فإن الحد الأعلى = ...

$$\text{المركز} = \frac{\text{الحد الأدنى} + \text{الحد الأعلى}}{٢}$$

$$٩ = \frac{٤ + \text{الحد الأعلى}}{٢}$$

$$٤ + \text{الحد الأعلى} = ١٨$$

$$\therefore \text{الحد الأعلى} = ١٨ - ٤ = ١٤$$




**مثال:** أوجد الوسط الحسابي لدرجات ٥٠ تلميذ

| المجموعات | ١٠- | ٢٠- | ٣٠- | ٤٠- | ٥٠- | المجموع |
|---|---|---|---|---|---|---|
| التكرار | ٨ | ١٢ | ١٤ | ٩ | ٧ | ٥٠ |

**الحل**

مركز المجموعة الأولى $= \frac{١٠+٢٠}{٢} = ١٥$

الثانية $= \frac{٢٠+٣٠}{٢} = ٢٥$

وهكذا

| المجموعة | مركز المجموعة (م) | التكرار ك | (م × ك) |
|---|---|---|---|
| ١٠- | $١٥ = \frac{١٠+٢٠}{٢}$ | ٨ | ١٥ × ٨ = ١٢٠ |
| ٢٠- | ٢٥ | ١٢ | ٢٥ × ١٢ = ٣٠٠ |
| ٣٠- | ٣٥ | ١٤ | ٣٥ × ١٤ = ٤٩٠ |
| ٤٠- | ٤٥ | ٩ | ٤٥ × ٩ = ٤٠٥ |
| ٥٠- | ٥٥ | ٧ | ٥٥ × ٧ = ٣٨٥ |
| **المجموع** | | ٥٠ | ١٧٠٠ |

الوسط الحسابي $= \frac{\text{مجموع (م × ك)}}{\text{مجموع ك}} = \frac{١٧٠٠}{٥٠}$

= ٣٤ درجة

**مثال ٦:** حتة أكل صغيرة

إذا كان الوسط الحسابي لتوزيع تكراري هو ٢٩,٤ ومجموع التكرارات ١٠٠ فإن مجموع (م × ك) = ...

∵ الوسط الحسابي $= \frac{\text{مجموع (م × ك)}}{\text{مجموع ك}}$

$\frac{\text{مجموع (م × ك)}}{١٠٠} = ٢٩,٤$

∴ مجموع (م × ك) = ١٠٠ × ٢٩,٤

= ٢٩٤٠




**١** أوجد الوسط الحسابي

| المجموعات | ٥- | ١٥- | ٢٥- | ٣٥- | ٤٥- | المجموع |
|---|---|---|---|---|---|---|
| التكرار | ٧ | ١٠ | ١٢ | ١٣ | ١٨ | ٥٠ |

**٢** فيما يلي توزيع تكراري لـ ٣٠ طفلاً

| وزن الطفل | ٦- | ١٠- | ١٤- | ١٨- | ٢٢- | ٢٦- | ٣٠- | المجموع |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| التكرار | ٢ | ٣ | .... | ٨ | ٦ | ٤ | ٢ | ٣٠ |

أكمل الجدول ثم أوجد الوسط الحسابي

الوحدة الثالثة ④

## الوسيط

### كيفية إيجاد الوسيط

① ترتيب القيم تصاعدياً أو تنازلياً

② إذا كان عدد القيم فردي نأخذ اللي في المنتصف

③ إذا كان عدد القيم زوجي

$$\frac{\text{العددين اللي في المنتصف}}{٢}$$

**مثال ١** أوجد الوسيط لكل مجموعة

① ١، ٣، ٢، ٥، ٧

**الحل**

نرتبهم ١، ٢، ③، ٥، ٧

الوسيط = ٣

② ٧، ٢٠، ٥، ١٢، ٣

**الحل**

نرتبهم ٣، ٥، ⑦، ١٢، ٢٠

الوسيط = ٧

③ ١، ٨، ٤، ٩، ٣، ٦

**الحل**

نرتبهم ١، ٣، [٤، ٦]، ٨، ٩

$\frac{٤+٦}{٢} = \frac{١٠}{٢} = ٥$

④ أوجد ترتيب الوسيط

١، ٣، ٥، ٤، ٧، ١٩، ١١

**الحل**

بعد الترتيب

١، ٣، ٤، [٥]، ٧، ١١، ١٩

ترتيب الوسيط هو الرابع

⑤ أوجد ترتيب الوسيط

٨، ١، ٣، ١٢، ٩

**الحل**

بعد الترتيب ١، ٣، [٨]، ٩، ١٢

ترتيب الوسيط هو الثالث

⑥ إذا كان ترتيب الوسيط الرابع

فإن عدد القيم = (٢×٤) + ١ = ٩

⑦ إذا كان ترتيب الوسيط السادس

فإن عدد القيم = (٢×٦) + ١ = ١٣

**٨** إذا كان عدد القيم ٩ فإن ترتيب

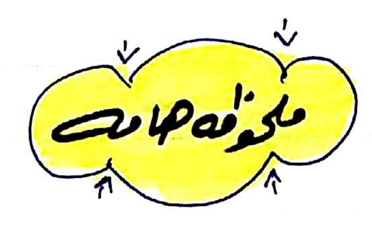
الوسيط = $\frac{٩+١}{٢}$ = $\frac{١٠}{٢}$ = ٥ الخامس

٤ ① ٤ = ٩

**٩** إذا كان عدد القيم ٧ فإن ترتيب

الوسيط = $\frac{٧+١}{٢}$ = ٤ الرابع

٣ ① ٣




نقطة تقاطع المنحنيين الصاعد والنازل

تقسيم على المحور الأفقى (المجموعات) قيمة الوسيط

وتقسيم على المحور الرأسى (التكرار)

ترتيب الوسيط

يعنى الرأسى ترتيب الوسيط

والأفقى قيمة الوسيط

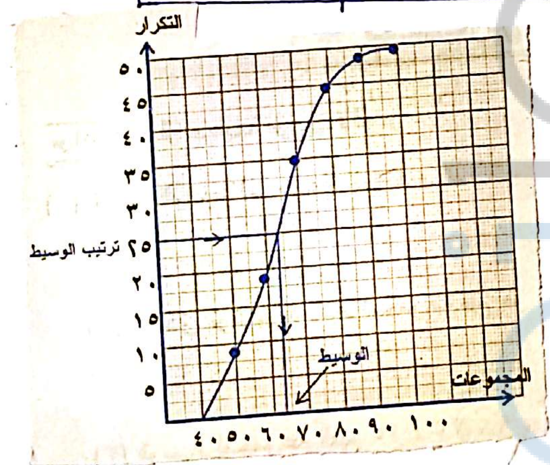



من الجدول التالى احسب الوسيط بيانياً.

| المجموعات | ٤٠- | ٥٠- | ٦٠- | ٧٠- | ٨٠- | ٩٠- | المجموع |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| التكرار | ٨ | ١١ | ١٦ | ١٠ | ٤ | ١ | ٥٠ |

**الحل**

| الحدود العليا للمجموعات | التكرار المتجمع الصاعد |
|---|---|
| أقل من ٤٠ | صفر |
| أقل من ٥٠ | ٠+٨ = ٨ |
| أقل من ٦٠ | ٨+١١ = ١٩ |
| ٧٠ // | ١٩+١٦ = ٣٥ |
| ٨٠ // | ٣٥+١٠ = ٤٥ |
| ٩٠ // | ٤٥+٤ = ٤٩ |
| ١٠٠ // | ٤٩+١ = ٥٠ |




ترتيب الوسيط = $\frac{\text{مجموع التكرارات}}{٢}$ = $\frac{٥٠}{٢}$ = ٢٥

من الرسم قيمة الوسيط هى ٦٤

**الواجب**

1. الوسيط (٣، ١، ٢، ١١، ٥) هو ----
2. ترتيب الوسيط (١، ٢، ٣، ٥، ٦، ٧) هو ----
3. إذا كان ترتيب الوسيط ٥ فإن عدد القيم ----
4. إذا كان عدد القيم ٥ فإن ترتيب الوسيط ----
5. نقطة تقاطع المنحنيين الصاعد والنازل على الرأسى ---- وعلى الأفقى ----

# المنوال

الوحدة الثالثة



المنوال لمجموعة من القيم هو القيمة الأكثر شيوعاً (تكراراً) بين القيم.

**مثال ١** أكمل

١) المنوال لمجموعة القيم ١، ٣، ٤، ٥، ٤ هو ٤

٢) ٢، ٣، ٥، ٣، ٥، ٣ هو ٣

٣) إذا كان المنوال (٥، ٧، ٣، ك، ٤) هو ٧ فإن ك = ٧

٤) إذا كان المنوال لـ (١، ٢، ك، ٥، ٣) هو ٣ فإن ك = ٣

٥) إذا كان المنوال (٣، ٢، ١، ك-١، ٤) هو ٤ فإن ك = ...

ك-١ = ٤ ∴ ك = ٤+١ = ٥

٦) إذا كان المنوال (٢، ١، ٤، ٣ك، ٦) هو ٦ فإن ك = ...

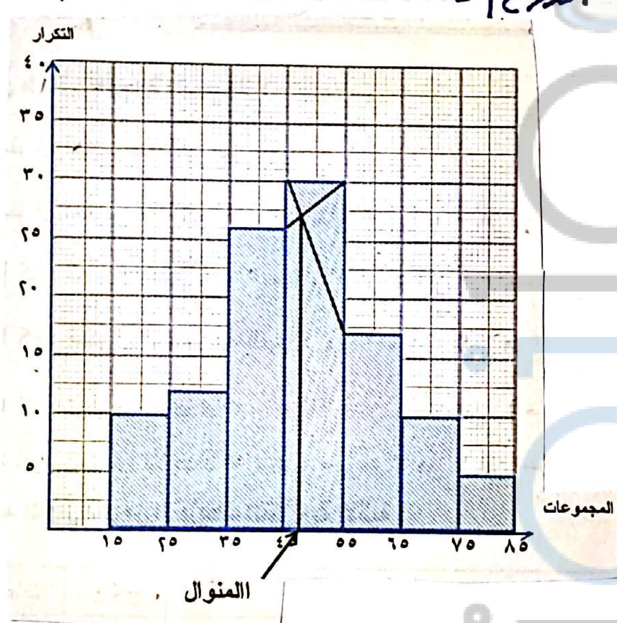
٣ك = ٦ ك = $\frac{٦}{٣}$ = ٢

**مثال ٢** الجدول التالى يبين توزيع الأجر الأسبوعى لعمال مصنع احسب الأجر المنوالى

| الأجر | ١٥- | ٢٥- | ٣٥- | ٤٥- | ٥٥- | ٦٥- | ٧٥- |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| عدد العمال | ١٠ | ١٢ | ٢٦ | ٣٠ | ١٧ | ١٠ | ٥ |

**الحل**

نرسم المدرج التكرارى




∴ الأجر المنوالى هو ٤٧ جنيهاً

**انتهى منهج الفصل الدراسى الأول**

خالص تمنياتى لكم جميعاً بالتوفيق

محمد أدهم


ثانيا
الهندسة
الصف الثانى الإعدادى
الترم الاول
٢٠١٨
إعداد
أ/ محمد أدهم
ت / ٠١٠٠٧٤٥١٩٥٧





# مراجعة على الكلمات

**١** مجموع قياسي الزاويتين المتتامتين = ٩٠°

**٢** مجموع قياسي الزاويتين المتكاملتين = ١٨٠°

**٣** مجموع قياسات الزوايا المتجمعة حول نقطة واحدة = ٣٦٠°

**٤** مجموع قياسات زوايا المثلث الداخلة = ١٨٠°

**٥** مجموع قياسات زوايا الشكل الرباعى = ٣٦٠°

**٦** مجموع قياسات زوايا أى مضلع محدب = (ن-٢) × ١٨٠°

**٧** قياس كل زاوية داخلة لمضلع محدب منتظم = $\frac{(ن-٢) \times ١٨٠°}{ن}$

**٨** قياس الزاوية الخارجة للمثلث = مجموع قياسي الزاويتين الداخلتين ماعدا المجاورة لها.

**٩** قياس الزاوية الخارجة للمثلث المتساوى الأضلاع = ١٢٠°

**١٠** إذا تقاطع مستقيمان فإن كل زاويتين متقابلتين بالرأس متساويتان فى القياس

**١١** إذا قطع مستقيم مستقيمين متوازيين فإن

* كل زاويتين متبادلتين متساويتين فى القياس
* كل زاويتين متناظرتين متساويتين فى القياس
* كل زاويتين داخلتين وفى جهة واحدة من القاطع متكاملتان

**١٢** حالات التطابق

* ضلعين وزاوية محصورة
* زاويتين وضلع واصل بينهم
* الأضلاع الثلاثة
* وتر وضلع فى المثلث القائم

**١٣** نظرية فيثاغورث

فى المثلث القائم مربع الوتر = مجموع مربعى الضلعين الآخرين.

## ١٤ الشعاع المرسوم من منتصف ضلع فى مثلث موازياً أحد الضلعين الآخرين

ينصف الضلع الثالث

## ١٥ القطعة المستقيمة المرسومة بين منتصفى ضلعين فى مثلث.

توازى الضلع الثالث وطولها = نصف طوله

## ١٦ خواص متوازى الأضلاع

هو شكل رباعى فيه

* كل ضلعين متقابلين متوازيين ومتساويين فى الطول
* كل زاويتين متقابلتين متساويتين فى القياس
* كل زاويتين متتاليتين مجموعهم °١٨٠
* القطران ينصف كل منهما الآخر

## ١٧ المستطيل

هو متوازى أضلاع فيه

* احدى زواياه قائمة
* القطران متساويان

## ١٨ المعين

هو متوازى أضلاع فيه

* الأضلاع متساوية فى الطول
* القطران متعامدان

## ١٩ المربع

* الأضلاع متساوية
* الزوايا قائمة
* القطران متعامدان ومتساويان فى الطول

## اضحك

قال لها ضعى لى المزيد من السكر فى الشاى
اقتربت ووضعت اصبعها فى الكأس
ثم وضعت يدها وابتسمت قائلة
هكذا أفضل
نظر لها فى عينيها ....
ولزقها كف جاب لهم سنانها
وقالها غورى هاتى السكر من المطبخ
هو أنا ناقص قرف.

* واحد بيعاكس واحدة *

رأها فى السوق كانت تشترى عسل
فتذوقته فقال لها كيف للعسل
ان يتذوق العسل
فقالت له زى ما الجزمة هيا خد بالجزمة

# متوسطات المثلث

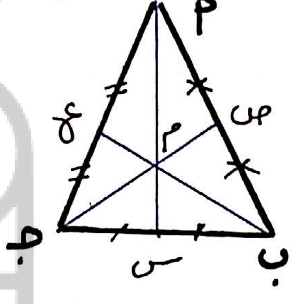
الوحدة الرابعة ١

* يعنى أية متوسط ؟؟

**متوسط المثلث** هو القطعة المستقيمة المرسومة من أى رأس إلى منتصف الضلع المقابل لهذا الرأس.

* فى الشكل المقابل

أس ، ب ع ، جـ ص متوسطات




مش ملاحظ انهم متقاطعين فى نقطة واحدة




متوسطات المثلث تتقاطع جميعاً فى نقطة واحدة.

* عايزك تبص فى المثلث اللى فوق وجاوب

نقطة التقاطع أقرب للرأس ولا للقاعدة؟

طبعاً واضح انها أقرب للقاعدة.

## نظرية (٢)

نقطة تقاطع متوسطات المثلث تقسم كلاً منها بنسبة ١ : ٢ من جهة القاعدة

* وخلى بالك يا شطار

ممكن بدل ١ : ٢

تكتب
٢ : ٤
٣ : ٦
٤ : ٨
٥ : ١٠

كده فهمتوا يا شباب؟ المهم تبقى النصف والضعف

* طيب والنقطة دى بتقسم كل منهم بنسبة ٢ : ١ من جهة الرأس.

## الخلاصة

١ : ٢ من جهة القاعدة

٢ : ١ من جهة الرأس




## أكمل

النقطة التي تقسم متوسط المثلث بنسبة ٢ : ١ من جهة القاعدة تسمى ... نقطة تقاطع متوسطات

## خلي بالك من النسبة دي

أ ء متوسط

م نقطة تلاقي المتوسطات

م ء = ١/٢ أ م ومنها أ م = ٢ م ء

م ء = ١/٣ أ ء ومنها أ ء = ٣ م ء

أ م = ٢/٣ أ ء ومنها أ ء = ٣/٢ أ م

## ملحوظة هتفيدك في حل المسائل

اقسم طول المتوسط ÷ ٣

واللي جهة القاعدة × ١

اللي جهة الرأس × ٢

---

**١** يعني المتوسط اللي طوله ١٢ سم

١٢/٣ = ٤

جهة القاعدة = ٤ سم

وجهة الرأس = ٢ × ٤ = ٨ سم

**٢** والمتوسط اللي طوله ١٥ سم

١٥/٣ = ٥

جهة القاعدة = ٥ سم

جهة الرأس = ٢ × ٥ = ١٠ سم

**٣** إذا كان جهة القاعدة ٣ سم

∴ جهة الرأس = ٢ × ٣ = ٦ سم

ويكون المتوسط كله = ٣ + ٦ = ٩ سم

**٤** إذا كان جهة الرأس ٢٠ سم

∴ جهة القاعدة = ١/٢ × ٢٠ = ١٠ سم

ويكون طول المتوسط كله = ٣٠ سم

| القاعدة | الرأس | المتوسط كله |
|---|---|---|
| م ء | أ م | أ ء |
| ١ | ٢ | ٣ |

## مثال ١

في الشكل المقابل

△ أ ب جـ فيه د منتصف ب جـ

، م د = ١/٢ أ م ، أ م = ٩ سم

، ب هـ = ١٢ سم ، جـ هـ = ٨ سم

أوجد طول أهـ ، م هـ ، أ د

**الحل**

∵ د منتصف ب جـ

∴ أ د متوسط

∵ م د = ١/٢ أ م

∴ م نقطة تلاقي المتوسطات

∴ ب هـ متوسط

، ∵ جـ هـ = ٨ سم ∴ أ هـ = ٨ سم

، ∵ ب هـ = ١٢ سم

١٢/٣ = ٤

∴ م هـ = ٤ سم ، م ب = ٨ سم

∵ أ م = ٩ سم ∴ م د = ٩/٢ = ٤,٥ سم

∴ أ د = ٩ + ٤,٥ = ١٣,٥ سم

## مثال ٢

في الشكل المقابل

ب جـ = ٨ سم

ب م = ٦ سم

جـ م = ٤ سم

أوجد محيط △ د م هـ

**الحل**

∵ د منتصف أ ب ، هـ منتصف أ جـ

∴ د هـ (قطعة مرسومة بين منتصفي ضلعين في مثلث)

∴ د هـ = ١/٢ ب جـ = ١/٢ × ٨ = ٤

∴ د هـ = ٤ سم

∵ ب هـ ، جـ د متوسطان متقاطعان في م

∴ م نقطة تلاقي متوسطات المثلث

∵ ب م = ٦ سم

∴ م هـ = ١/٢ × ٦ = ٣ سم

، ∵ جـ م = ٤ سم

∴ م د = ٤/٢ = ٢ سم

∴ محيط المثلث د م هـ

= ٤ + ٦ + ٢ = ١٢ سم

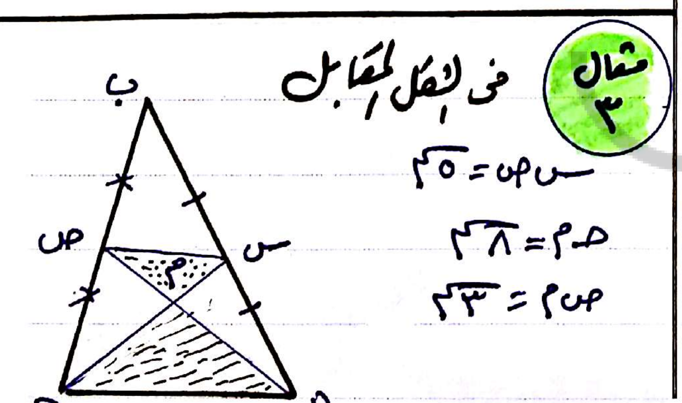
## مثال ٣

في الشكل المقابل

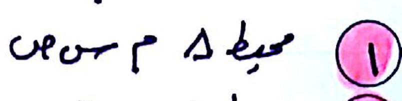
س ص = ٥ سم

جـ م = ٨ سم

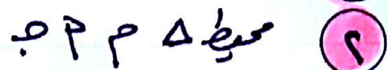
م ص = ٣ سم



أوجد



١) محيط Δ م س ص



٢) محيط Δ م ء جـ

**الحل**

∵ س منتصف ء ب ، ص منتصف ب جـ

∴ س ص = $\frac{1}{2}$ ء جـ

∵ س ص = ٥

∴ ء جـ = ١٠ سم

∵ جـ م = ٨ سم

∴ م س = $\frac{٨}{٢}$ = ٤ سم

، ∵ م ص = ٣ سم

∴ ء م = ٣ × ٢ = ٦ سم

١) محيط Δ م س ص

= م س + م ص + س ص

= ٤ + ٣ + ٥ = ١٢ سم

٢) محيط Δ م ء جـ

= م ء + م جـ + ء جـ

= ٦ + ٨ + ١٠ = ٢٤ سم

## الواجب

**١) أكمل**

١) متوسطات المثلث تتقاطع جميعاً في .....

٢) نقطة تقاطع متوسطات المثلث تقسم كلاً منها بنسبة ...:... من جهة القاعدة ونسبة ...:... من جهة الرأس

٣) نقطة تلاقي متوسطات المثلث تقسم كلاً منها بنسبة ٥ :... من جهة القاعدة ونسبة ٨ :... من جهة الرأس

٤) عدد متوسطات أي مثلث = ....

٥) إذا كان ء د متوسط وكانت م نقطة تقاطع المتوسطات وكانت ء د = ٦ سم فإن ء م = ... سم ، م د = ... سم

**٢) في الشكل المقابل**

ب هـ = ٦ سم

ب م = ٤ سم

د جـ = ٩ سم

أوجد محيط Δ د م هـ

٦

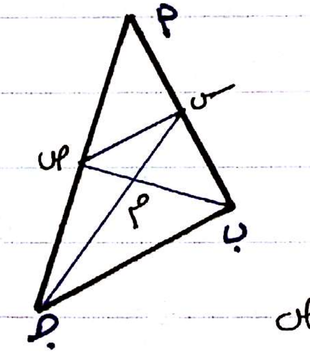
**٣) في الشكل المقابل**

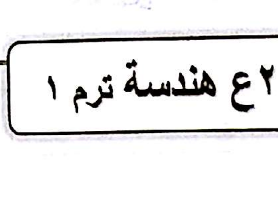
ب هـ = ٨ سم

س ص = ١٢ سم

ب م = ٦ سم

أوجد محيط Δ س م ص





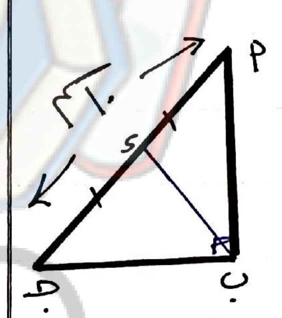

# تابع متوسطات المثلث



## نظرية (٣)

طول متوسط المثلث القائم الخارج من رأس القائمة = نصف طول الوتر.

**مثلاً**



إذا كان أ جـ = ١٠ سم
∴ المتوسط ب ء
ب ء = $\frac{1}{2}$ = ٥ سم

## أية رأيكم نراجع فيثاغورث

وتر / ضلع / ضلع

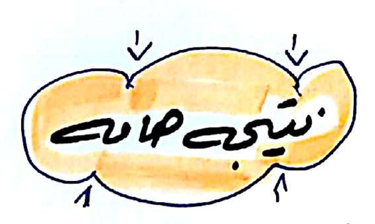
(أ جـ)$^2$ = (أ ب)$^2$ + (ب جـ)$^2$

(أ ب)$^2$ = (أ جـ)$^2$ − (ب جـ)$^2$

(ب جـ)$^2$ = (أ جـ)$^2$ − (أ ب)$^2$

عايز الوتر ← ربع واجمع وخد الجذر

عندك الوتر ← ربع واطرح وخد الجذر



## نتيجة هامة

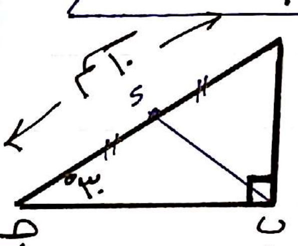
طول الضلع المقابل للزاوية ٣٠° فى المثلث القائم = نصف طول الوتر.

**مثلاً**

أ ب هو الضلع المقابل للزاوية ٣٠°

∴ أ ب = $\frac{10}{2}$ = ٥ سم

### مثال ١ فى الشكل المقابل أكمل



ب ء = $\frac{1}{2}$ = ٥ سم

أ ب = $\frac{1}{2}$ = ٥ سم

أ ء = $\frac{1}{2}$ = ٥ سم

محيط △ أ ب ء = أ ب + ب ء + أ ء

= ٥ + ٥ + ٥ = ١٥ سم

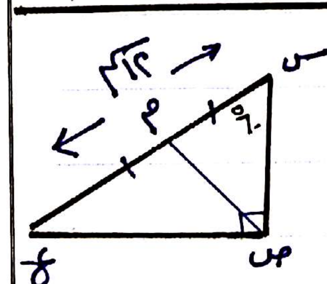
ب جـ = $\sqrt{(10)^2 - (5)^2}$ = ٥$\sqrt{3}$ سم



## على فكرة

هذا المثلث يسمى ثلاثيني ستيني لأن قياس زواياه ٩٠° ، ٣٠° ، ٦٠°

### مثال ٢ فى الشكل المقابل



أوجد محيط △ س ص م



## الحل

∵ ص م متوسط خارج من رأس القائمة

= نصف طول الوتر

∴ ص م = $\frac{١٢}{٢}$ = ٦$\sqrt{٣}$

∵ س ع = ١٢$\sqrt{٣}$

∴ س م = $\frac{١٢}{٢}$ = ٦$\sqrt{٣}$

فى △ س ص ع

ق($\hat{ع}$) = ١٨٠ − [٩٠ + ٦٠] = ٣٠°

∴ س ص = $\frac{١٢}{٢}$ = ٦$\sqrt{٣}$ [ضلع مقابل ٣٠°]

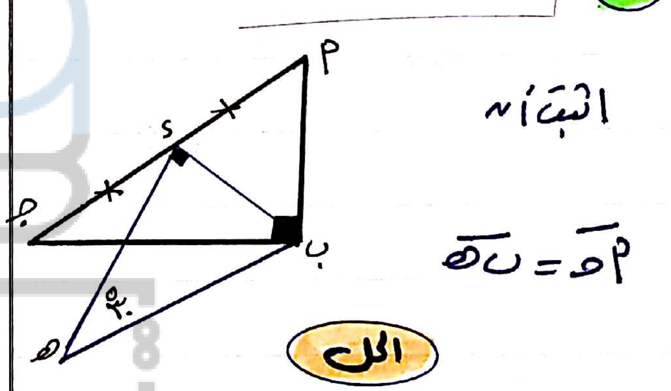
∴ محيط △ س ص م = ٦$\sqrt{٣}$ + ٦$\sqrt{٣}$ + ٦$\sqrt{٣}$ = ١٨$\sqrt{٣}$

(خلي فكرة) س ص م مثلث متساوي الأضلاع

---

### شكل ٣

فى الشكل المقابل




أثبت أن

أ د = ب هـ

## الحل

فى △ أ ب جـ

ب د = $\frac{١}{٢}$ أ جـ    متوسط خارج من رأس القائمة ← ①

فى △ ب د هـ

ب د = $\frac{١}{٢}$ ب هـ    (ضلع مقابل ٣٠°) ← ②

من ①، ②

∴ ب د = $\frac{١}{٢}$ أ جـ = $\frac{١}{٢}$ ب هـ

∴ أ د = ب هـ #

---

## عكس نظرية (٣)

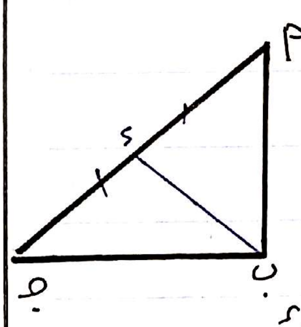
إذا كان طول متوسط المثلث المرسوم من أحد رؤوسه يساوي نصف طول الضلع المقابل لهذا الرأس كانت زاوية هذا الرأس قائمة

مثلاً

إذا كان

ب د = $\frac{١}{٢}$ أ جـ

تكون زاوية ب قائمة






## مثال ٤ فى الشكل المقابل

أوجد ق($\hat{ب}$)



**الحل**

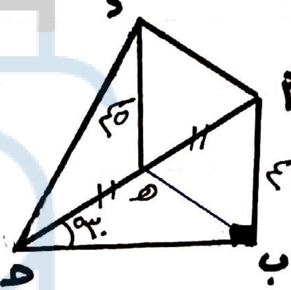
∵ د منتصف أجـ

∴ ب د متوسط

∵ ب د = ٥ = $\frac{1}{2}$ أجـ

∴ ق($\hat{ب}$) = ٩٠° عكس النظرية

## مثال ٥ فى الشكل المقابل


اثبت أن

ق($\hat{أدجـ}$) = ٩٠°

**الحل**

فى △ أ ب جـ

∵ أب = ٥سم ∴ أجـ = ١٠سم

(لأن الضلع المقابل ٣٠° = نصف الوتر)

∴ ب هـ = $\frac{1}{2}$ = ٥سم

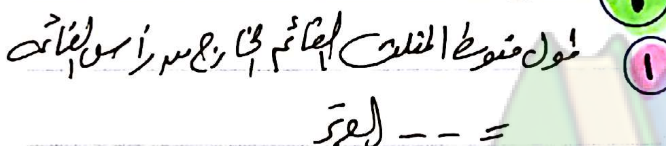
(متوسط خارج من رأس القائمة)

فى △ أ د جـ أجـ = ١٠سم

∵ د هـ متوسط = ٥سم

= $\frac{1}{2}$ أجـ

∴ ق($\hat{أدجـ}$) = ٩٠° #



## الواجب

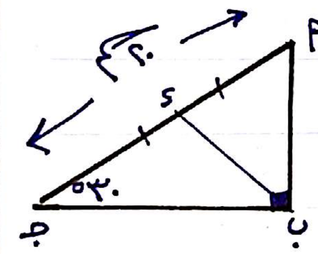
### ١ أكمل

١ طول متوسط المثلث القائم الخارج من رأس القائمة = --- الوتر

٢ طول الضلع المقابل للزاوية ٣٠° فى المثلث القائم = --- الوتر

٣ إذا كان طول متوسط المثلث = نصف طول الضلع المقابل لهذا الرأس تكون زاوية الرأس .....

### ٢ فى الشكل المقابل




ب د = ---

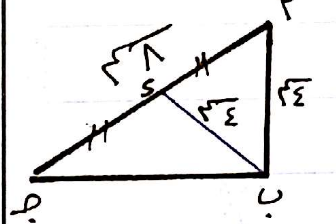
أ د = ---

أ ب = ---

محيط △ أ ب د = ---

ب هـ = ---

### ٣ فى الشكل المقابل

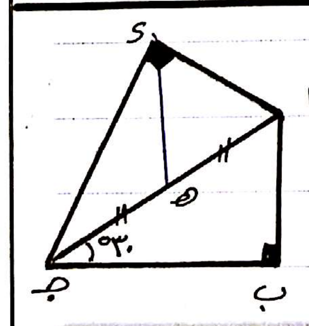



ق($\hat{ب}$) = ---

ق($\hat{جـ}$) = ---

△ أ ب د ----- الأضلاع

### ٤ فى الشكل المقابل




اثبت أن

أ ب = د هـ

# ٣ المثلث المتساوى الساقين








## أنواع المثلث من حيث الزوايا

١ حاد الزوايا

٢ منفرج الزاوية

٣ قائم الزاوية

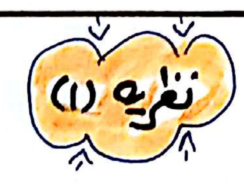
## أنواع المثلث من حيث الأضلاع

١ مختلف الأضلاع

٢ متساوى الساقين

٣ متساوى الأضلاع

## نظرية المثلث المتساوى الرجلين




زاويتا القاعدة فى المثلث المتساوى الساقين متطابقتان

" ربنا يخليني ليكم "

## الاثبات مهم

* المعطيات:

△ أ ب جـ فيه أ ب = أ جـ

* المطلوب:

إثبات أن (ب^) ≡ (جـ^)

* العمل:

نرسم أ د ⊥ ب جـ ويقطعه فى د

* البرهان *

△△ أ د ب ، أ د جـ

فيهما:
- ق(∠أ د ب) = ق(∠أ د جـ) = ٩٠° قائمة
- أ ب = أ جـ الوتر معطى
- أ د ضلع مشترك

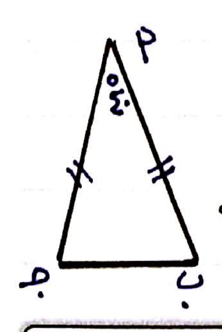
∴ △ أ د ب ≡ △ أ د جـ

وينتج أن

ق(ب^) ≡ ق(جـ^) #

## مثال ١

فى كل من الأشكال اللى جاية أوجد قياس الزاوية المطلوبة




١ أوجد ق(ب^)

١٨٠ - ٤٠ = ١٤٠°

∴ ق(ب^) = ق(جـ^) = ١٤٠ ÷ ٢ = ٧٠°

**٢** أوجد ق(ص^)

المثلث س ص ع

١٨٠° − ٩٠° = ٩٠°

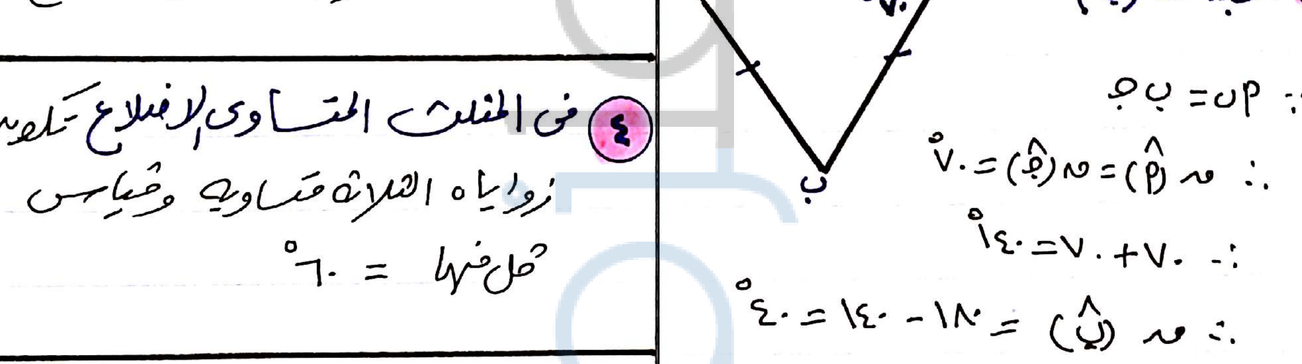
∴ ق(ص^) = ق(ع^) = ٩٠° ÷ ٢ = ٤٥°

**٣** أوجد ق(م^)

المثلث ل م ن، ق(ل^) = ١٠٠°

١٨٠ − ١٠٠ = ٨٠°

∴ ق(م^) = ق(ن^) = ٨٠ ÷ ٢ = ٤٠°



**٤** أوجد ق(ب^)

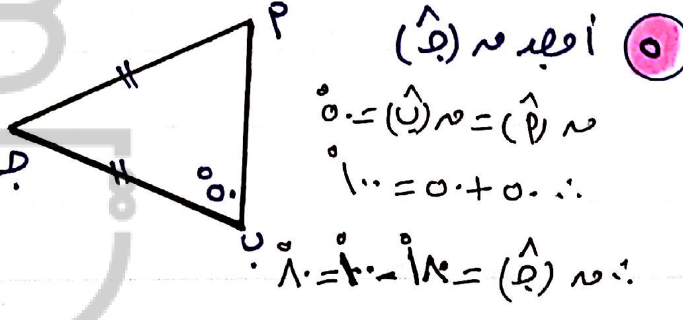
المثلث أ ب جـ، ق(أ^) = ٧٠°

∵ أ ب = ب جـ

∴ ق(أ^) = ق(جـ^) = ٧٠°

∴ ٧٠ + ٧٠ = ١٤٠°

∴ ق(ب^) = ١٨٠ − ١٤٠ = ٤٠°

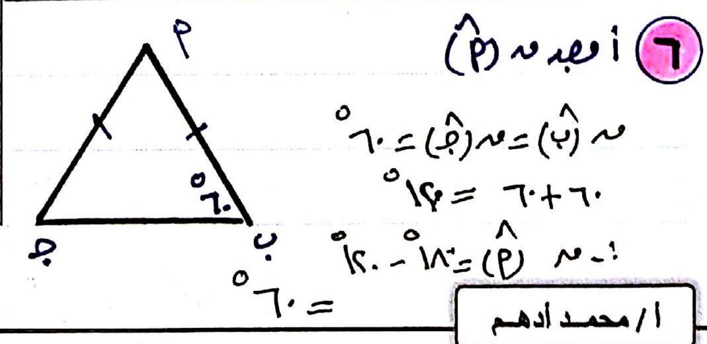


**٥** أوجد ق(جـ^)

ق(أ^) = ق(ب^) = ٥٠°

∴ ٥٠ + ٥٠ = ١٠٠°

∴ ق(جـ^) = ١٨٠° − ١٠٠° = ٨٠°



**٦** أوجد ق(أ^)

ق(ب^) = ق(جـ^) = ٦٠°

٦٠ + ٦٠ = ١٢٠°

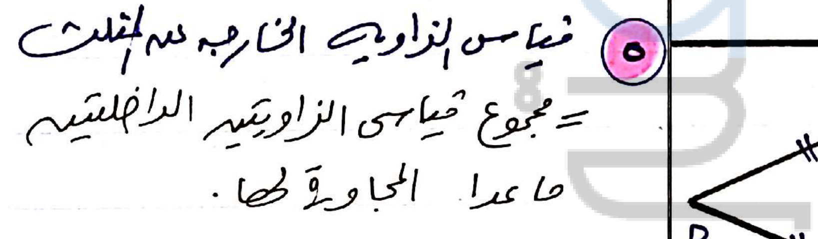
∴ ق(أ^) = ١٨٠° − ١٢٠° = ٦٠°

## ملاحظات ونتائج هامة جداً

**١** زاوية الرأس في المثلث المتساوي الساقين من الممكن أن تكون حادة أو قائمة أو منفرجة

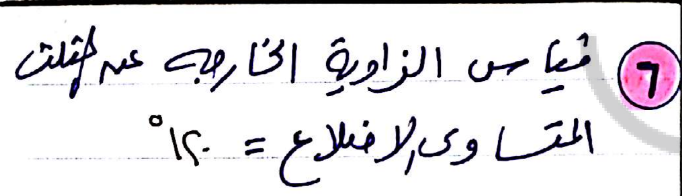
**٢** ولكن زوايا القاعدة تكون حادة فقط

**٣** في أي مثلث متساوي الساقين إذا وجد قياس إحدى زواياه = ٦٠° فإن المثلث يكون متساوي الأضلاع



**٤** في المثلث المتساوي الأضلاع تكون زواياه الثلاثة متساوية وقياس كل منها = ٦٠°

**٥** قياس الزاوية الخارجة عن المثلث = مجموع قياسي الزاويتين الداخلتين ما عدا المجاورة لها.



**٦** قياس الزاوية الخارجة عن المثلث المتساوي الأضلاع = ١٢٠°



"إن شاء الله هتكون أشطر الطلاب"

**مثال ٢** $\triangle$ أ ب ج متساوي الساقين
ق(أ̂) = ١٢٠° أوجد ق(ب̂)



طبعاً يا أحبابي زاوية أ منفرجة
واحنا اتفقنا ان زاوية الرأس
ممكن تكون حادة أو قائمة أو منفرجة
إنما القاعدة حادة فقط
لذلك (أ̂) هي زاوية الرأس

ق(ب̂) = $\frac{١٨٠° - ١٢٠°}{٢} = \frac{٦٠°}{٢} = ٣٠°$

**مثال ٣** $\triangle$ أ ب ج متساوي الساقين
ق(ب̂) = ١٠٠° أوجد ق(أ̂)

**الحل**

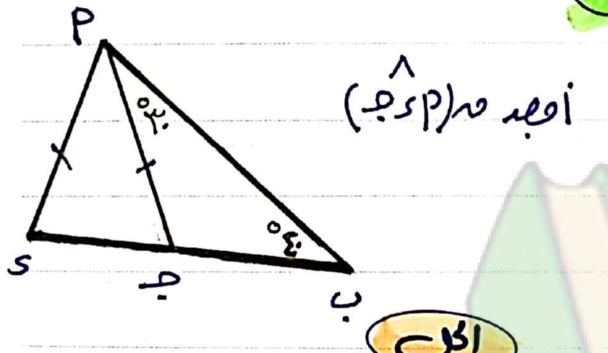
ق(أ̂) = $\frac{١٨٠° - ١٠٠°}{٢} = \frac{٨٠°}{٢} = ٤٠°$

**مثال ٤** $\triangle$ أ ب ج فيه أ ب = أ ج
ق(أ̂) = ٦٠° فإن
المثلث يكون ...... متساوي الأضلاع

**الحل**

المثلث المتساوي الساقين الذي فيه
زاوية ٦٠° يكون متساوي الأضلاع

**مثال ٥** في الشكل المقابل




أوجد ق(أ ج د̂)

**الحل**

∵ (أ ج د̂) خارجة عن $\triangle$ أ ب ج
∴ ق(أ ج د̂) = ٤٠° + ٣٠° = ٧٠°
∵ أ ج = أ د
∴ $\triangle$ أ ج د متساوي الساقين
∴ ق(أ ج د̂) = ق(أ د ج̂) = ٧٠°

**مثال ٦** في الشكل المقابل

$\triangle$ ب ج د متساوي الأضلاع
ق(أ̂) = ٥٠°
أ ب = أ ج

أوجد ق(أ ب د̂)

**الحل**

∵ $\triangle$ ب ج د متساوي الأضلاع
∴ ق(ج ب د̂) = ٦٠° ← ①

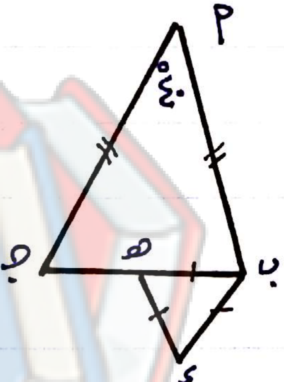
في $\triangle$ أ ب ج
∵ أ ب = أ ج ∴ ق(أ ب ج̂) = ق(أ ج ب̂)
$\frac{١٨٠° - ٥٠°}{٢} = \frac{١٣٠°}{٢} = ٦٥°$ ← ②

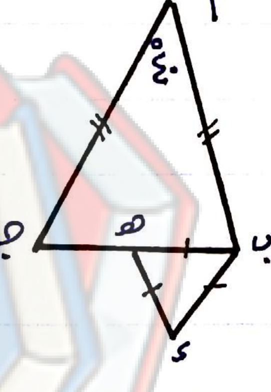
∴ ق(أ ب^ د) = ٦٠° + ٦٥° = ١٢٥°

**مثال** في الشكل المقابل

أوجد

ق(أ ب^ د)



**الحل**

في △ أ ب جـ المتساوي الساقين

∵ أب = أجـ ∴ ق(أ جـ^ ب) = ق(أ ب^ جـ)

= ١٨٠ − ٤٠ = ١٤٠/٢ = ٧٠° ← ①

في △ ب د هـ المتساوي الأضلاع

ق(هـ ب^ د) = ٦٠° ← ②

∴ ق(أ ب^ د) = ٧٠° + ٦٠° = ١٣٠°

**تدريب** في الشكل المقابل

△ أ ب جـ متساوي الأضلاع

△ ب د جـ متساوي الساقين

أوجد ق(أ ب^ د)

حلها وهنشوفها في الحصة

## الواجب

**١ أكمل**

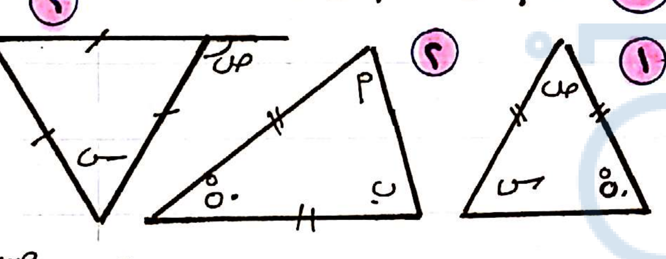
① زاويتا القاعدة في المثلث المتساوي الساقين ----

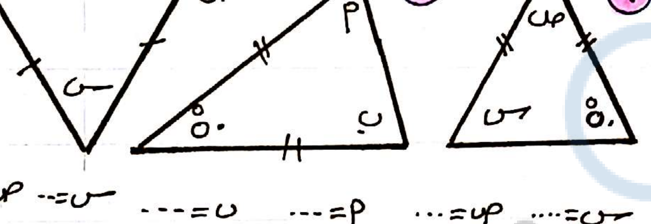
② قياس كل زاوية من زوايا المثلث المتساوي الأضلاع = ---

③ قياس الزاوية الخارجية عن المثلث المتساوي الأضلاع = ---

④ △ أ ب جـ متساوي الساقين فيه ق(جـ^) = ١٢٠° فإن ق(أ^) = ---

**٢ أوجد قياس الزاوية المطلوبة**



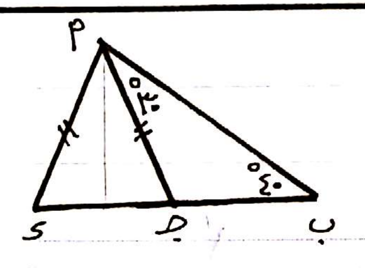



س = .... ص = .... أ = --- ن = ---- س = --- ص = ----

**٣ أوجد**

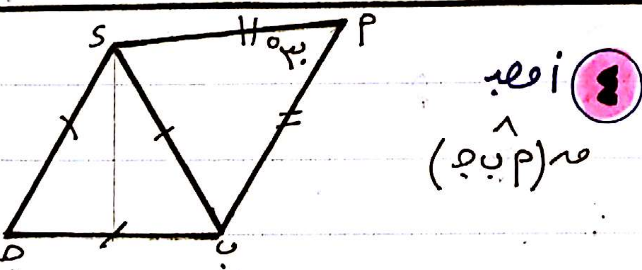
ق(د^)

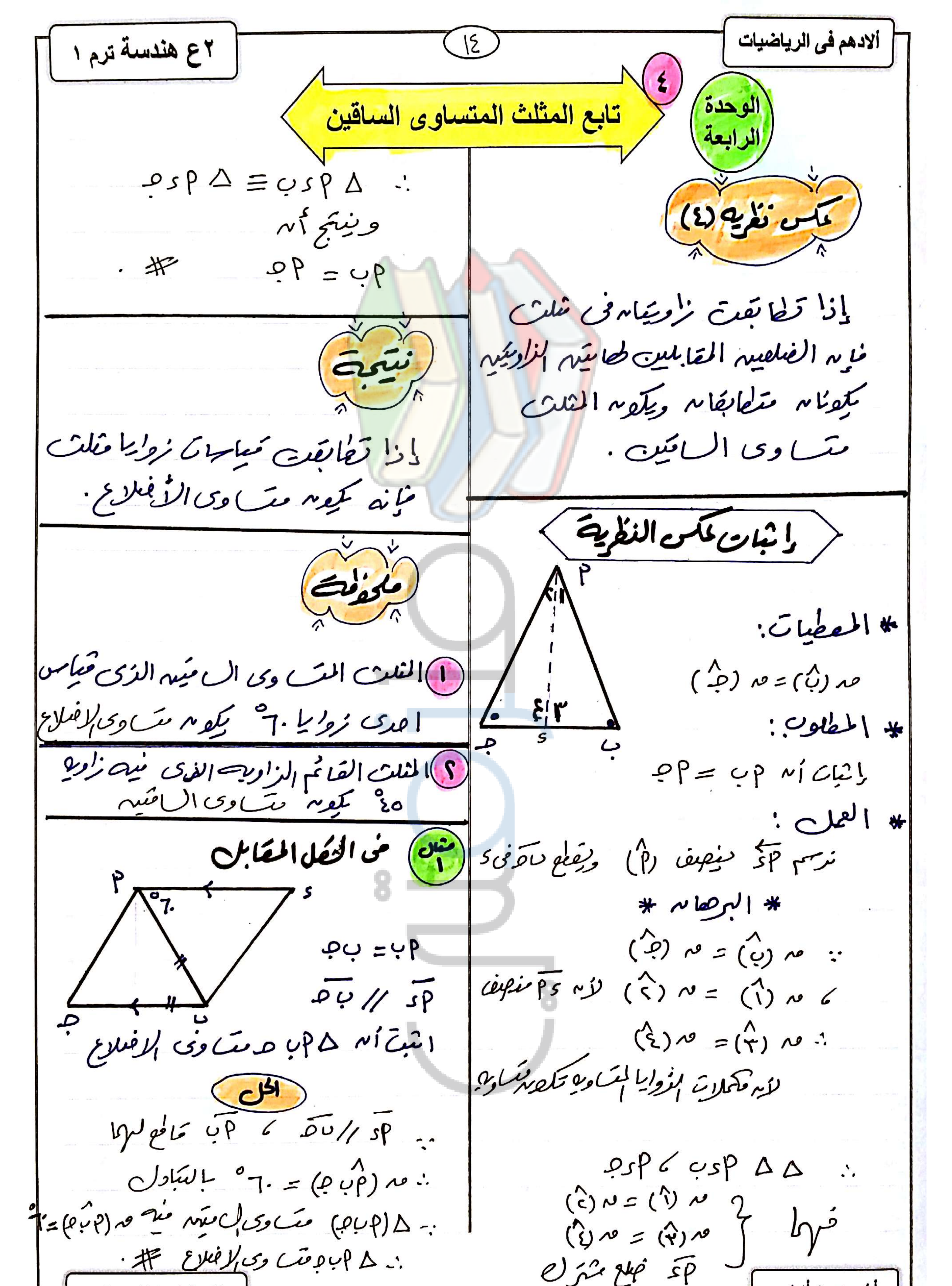
ق(هـ أ^ د)




**٤ أوجد**

ق(أ ب^ جـ)





الوحدة الرابعة

# ٤ تابع المثلث المتساوى الساقين

## عكس نظرية (٤)

إذا تطابقت زاويتان فى مثلث فإن الضلعين المقابلين لهاتين الزاويتين يكونان متطابقان ويكون المثلث متساوى الساقين.

## إثبات عكس النظرية

* المعطيات: ق(ب̂) = ق(جـ̂)

* المطلوب: إثبات أن أب = أجـ

* العمل: نرسم أد→ ينصف (أ̂) ويقطع بجـ فى د

* البرهان *

∵ ق(ب̂) = ق(جـ̂)

، ق(١̂) = ق(٢̂) لأن أد منصف

∴ ق(٣̂) = ق(٤̂)

لأنه مكملات الزوايا المتساوية تكون متساوية

∵ △△ أدب ، أدجـ

فيهما { ق(١̂) = ق(٢̂) ، ق(٣̂) = ق(٤̂) ، أد ضلع مشترك }

∴ △ أدب ≡ △ أدجـ

وينتج أن

أب = أجـ #

## نتيجة

إذا تطابقت قياسات زوايا مثلث فإنه يكون متساوى الأضلاع.

## ملحوظة

١ المثلث المتساوى الساقين الذى قياس إحدى زواياه ٦٠° يكون متساوى الأضلاع

٢ المثلث القائم الزاوية الذى فيه زاوية ٤٥° يكون متساوى الساقين

## مثال ١ فى الشكل المقابل

أب = بجـ

أد // بجـ

اثبت أن △ أبجـ متساوى الأضلاع

### الحل

∵ أد // بجـ ، أب قاطع لهما

∴ ق(أ̂بجـ) = ٦٠° بالتبادل

∵ △ (أبجـ) متساوى الساقين فيه ق(أ̂بجـ) = ٦٠°

∴ △ أبجـ متساوى الأضلاع #

## مثال ٢ في الشكل المقابل

اثبت أن

أب = جـ ب

### الحل

في △ أ د جـ

∵ (أ د̂ جـ) خارجة عن △ أ ب د

∴ ق(أ د̂ جـ) = ٤٠° + ٣٠° = ٧٠°

، ∵ أد = أجـ ∴ ق(جـ̂) = ٧٠°

∴ ق(د أ̂ جـ) = ١٨٠° - (١٤٠) = ٤٠°

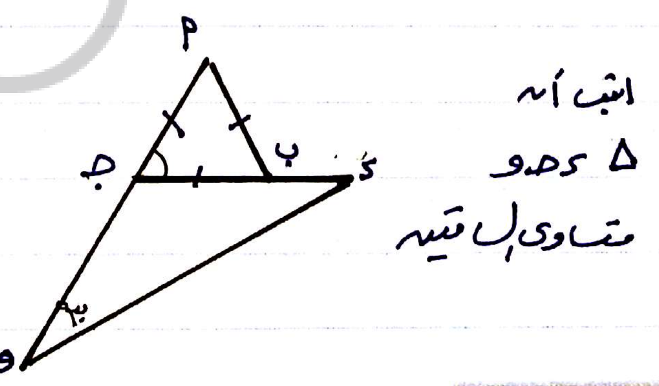
في △ أ ب جـ الكبير

∴ ق(أ̂) = ٣٠° + ٤٠° = ٧٠°

، ق(جـ̂) = ٧٠°

∴ أب = ب جـ #

## مثال ٢ في الشكل المقابل




اثبت أن

△ د جـ و

متساوي الساقين

### الحل

في △ أ ب جـ المتساوي الأضلاع

ق(أ جـ̂ ب) = ٦٠°

وهي خارجة عن △ د و جـ

∴ ق(د̂) = ٦٠° - ٣٠° = ٣٠°

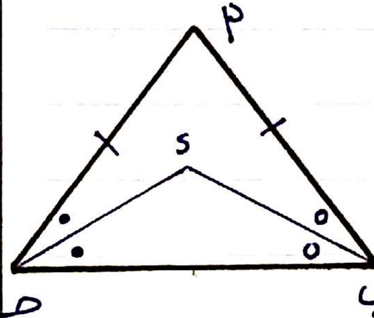
∴ △ د جـ و

فيه ق(د̂) = ق(و̂)

∴ جـ د = جـ و

ويكون المثلث متساوي الساقين #

## مثال ٣ في الشكل المقابل




أب = أجـ

ب د ينصف (ب̂)

جـ د ينصف (جـ̂)

اثبت أن △ د ب جـ متساوي الساقين

### الحل

∵ أب = أجـ ∴ △ أ ب جـ متساوي الساقين

∴ ق(ب̂) = ق(جـ̂)

∵ ب د ينصف (ب̂) ، جـ د ينصف (جـ̂)

∴ $\frac{1}{2}$ ق(ب̂) = $\frac{1}{2}$ ق(جـ̂)

∴ ق(د ب̂ جـ) = ق(د جـ̂ ب)

∴ △ د ب جـ متساوي الساقين




## ١ أكمل

١) إذا تطابقت زاويتان في مثلث تكون الضلعين المقابلين لهما يكونان ---- ويكون المثلث ----

٢) إذا تطابقت زوايا مثلث فإنه يكون ...... المثلث القائم الذي قياس احدى زواياه ٤٥° يكون ----

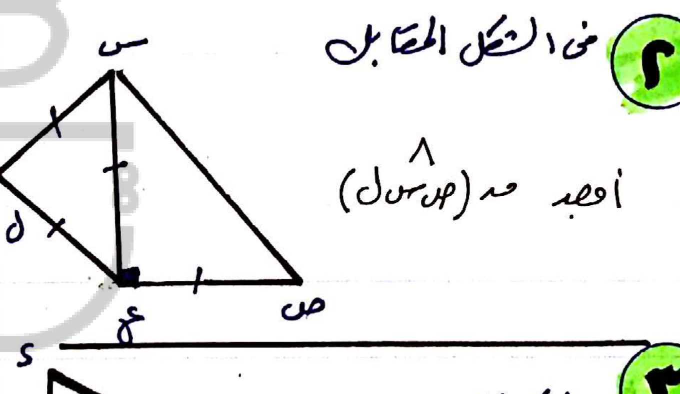
٣) المثلث المتساوي الساقين الذي قياس احدى زواياه ٦٠° يكون ----

٤) المثلث أ ب جـ فيه أ ب = ب جـ ، ق(أ) = ٦٠° فإذا كان أ ب = ٥سم فإن محيط △ أ ب جـ = ----

٥) مثلث فيه زاويتان ٨٠° ، ٥٠° فإن هذا المثلث يكون ----

## ٢ في الشكل المقابل

أوجد ق(ص س ل)




## ٣ في الشكل المقابل

اثبت أن △ (أ د جـ) متساوي الساقين

د
أ
جـ
هـ
ب

## ٤ في الشكل المقابل

أ
٨٠°
د
٥
٥
ب
جـ

اثبت أن △ د ب جـ متساوي الساقين ثم أوجد ق(د ب جـ)

## ٥ في الشكل المقابل

د
أ
١٠٠°
ب
جـ

اثبت أن △ أ ب د متساوي الساقين

## ادعو معايا

اللهم اجعلني مستقيماً في حياتي .
واجعلني في زاوية قائمة على الخير
ولا تجعلني في مجموعة خالية .
ولا تجعل الدنيا حادة علي .
واجعلني موازياً لعبادك الصالحين
وهو المطلوب يا أرحم الراحمين

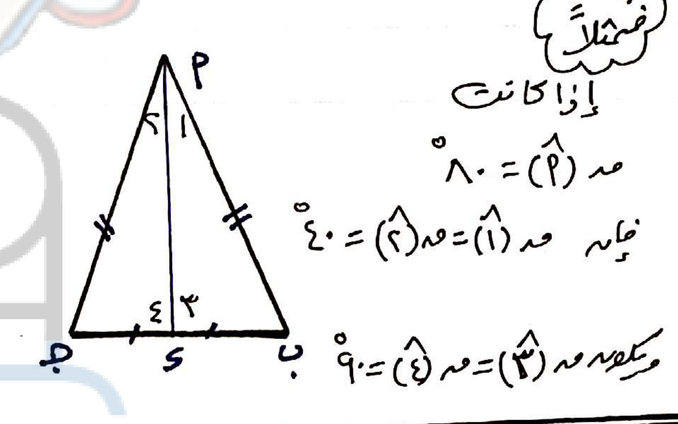
# نتائج على نظريات المثلث المتساوى الساقين

٥ الوحدة الرابعة




متوسط المثلث المتساوى الساقين المرسوم من الرأس ينصف زاوية الرأس ويكون عمودياً على القاعدة.

فمثلاً



إذا كانت $ق(\hat{أ}) = ٨٠°$

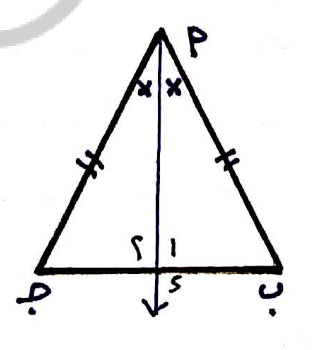
فإن $ق(\hat{١}) = ق(\hat{٢}) = ٤٠°$

ويكون $ق(\hat{٣}) = ق(\hat{٤}) = ٩٠°$

## نتيجة (٢)

منصف زاوية الرأس فى المثلث المتساوى الساقين ينصف القاعدة ويكون عمودياً عليها

فمثلاً



إذا كانت $ب جـ = ١٠$ سم

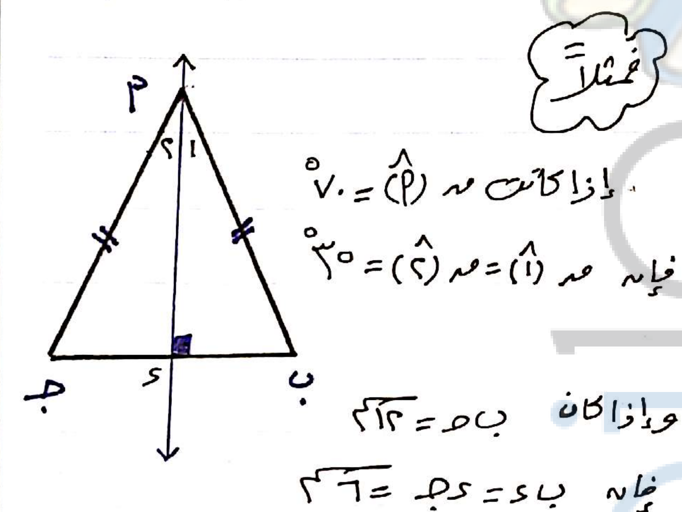
فإن $ب د = د جـ = ٥$ سم

$ق(\hat{١}) = ق(\hat{٢}) = ٩٠°$




المستقيم المرسوم من رأس مثلث متساوى الساقين عمودياً على القاعدة ينصف كلاً من القاعدة وزاوية الرأس.

فمثلاً



إذا كانت $ق(\hat{أ}) = ٧٠°$

فإن $ق(\hat{١}) = ق(\hat{٢}) = ٣٥°$

وإذا كان $ب جـ = ١٢$ سم

فإن $ب د = د جـ = ٦$ سم

الشكل ده هيساعدك على حفظ النتائج

| متوسط ينصف القاعدة | منصف زاوية الرأس | عمودى على القاعدة |
|---|---|---|
| ① | ✓ | ✓ |
| ✓ | ② | ✓ |
| ✓ | ✓ | ③ |

يا سلام عليك يا أبو أدهم يا رايق




في الشكل المقابل

أوجد ق(ب أ ء)

ق(ب)

طول ب جـ

**الحل**

∵ △ أ ب جـ متساوي الساقين

فيه أ ء ⊥ ب جـ

∴ أ ء ينصف (أ) وينصف ب جـ

∴ ق(ب أ ء) = ٣٥°

في △ أ ب ء

ق(ب) = ١٨٠° - [٣٥° + ٩٠°] = ٥٥°

∵ ب ء = ٤ سم ∴ ء جـ = ٤ سم

∴ ب جـ = ٨ سم

**ملاحظات هامة**

١) محور تماثل القطعة المستقيمة

هو المستقيم العمودي عليها من منتصفها

٢) أي نقطة على محور تماثل القطعة المستقيمة

تكون على بعدين متساويين من طرفيها

٣) إذا كانت نقطة على بعدين متساويين من طرفي قطعة مستقيمة فإن هذه النقطة تقع على محور هذه القطعة المستقيمة

٤) عدد محاور تماثل المثلث

| | |
|---|---|
| المختلف الأضلاع | صفر |
| المتساوي الساقين | ١ |
| المتساوي الأضلاع | ٣ |

٥) المثلث القائم الزاوية الذي إحدى زواياه ٤٥° له محور تماثل واحد

٦) في أي مثلث متساوي الساقين إحدى زواياه ٦٠° يكون له ٣ محاور تماثل

٧) △ أ ب جـ فيه ق(أ) = ٤٠°، ق(ب) = ٧٠° فإن المثلث له محور تماثل واحد

١٨٠° - (٤٠° + ٧٠°) = ٧٠° متساوي الساقين

## مثال ٢ فى الشكل المقابل

١ أوجد طول $\overline{بجـ}$

٢ اثبت أن $\overleftrightarrow{أهـ}$ محور تماثل $\overline{بجـ}$

٣ أوجد طول $\overline{جـهـ}$

أ ، ب ، جـ ، هـ ، ٤سم ، ٥سم

### الحل

∵ △أبجـ متساوى الساقين ، $\overline{أد} \perp \overline{بجـ}$

∴ بجـ = ٨سم

△ بهـجـ

∵ $\overline{هـد} \perp \overline{بجـ}$ وينصفه

∴ △بهـجـ متساوى الساقين

∴ هـب = هـجـ ، ∵ أب = أجـ

∴ $\overleftrightarrow{أهـ}$ محور تماثل $\overline{بجـ}$

∴ بهـ = جـهـ = ٥سم

لأنه أى نقطة على محور القطعة تكون على بعدين متساويين من طرفيها

## مثال ٣ فى الشكل المقابل

أوجد طول كلا من

$\overline{جـب}$ ، $\overline{دأ}$

$\overline{هـب}$ ، $\overline{مأ}$

ل ، جـ ، د ، ٧سم ، ١٣سم ، ٤سم ، ب ، أ ، م ، هـ ، ٥سم

### الحل

∵ جـ ، د ، هـ ∈ $\overleftrightarrow{ل}$ محور $\overline{أب}$

∴ أد = دب = ٧سم

جـب = جـأ = ١٣سم

هـب = هـأ = ٥سم

مأ = مب = ٤سم

## مثال ٤ فى الشكل المقابل

١ أوجد طول بد ، أد

٢ ما عدد محاور △أبجـ؟

٣ ما نوع △أبجـ؟

أ ، ٣٠° ، د ، جـ ، ب ، ١٠سم

### الحل

∵ △أبجـ متساوى الساقين

فيه $\overline{أد} \perp \overline{بجـ}$

∴ $\overline{أد}$ ينصف $\hat{أ}$ وينصف $\overline{بجـ}$

∴ بد = ٥سم

فى △أبد

بد مقابل للزاوية ٣٠°

∴ بد = $\frac{1}{2}$ أب

* ∴ أب = ١٠سم ∴ أد = $\sqrt{(١٠)^2 - (٥)^2}$

∴ أد = ٥$\sqrt{٣}$ سم

* عدد محاور تماثل △أبجـ = ٣

لأنه مثلث متساوى الساقين احدى زواياه = ٦٠° يكون متساوى الأضلاع

مساحة △ أ ب جـ

= ½ القاعدة × الارتفاع

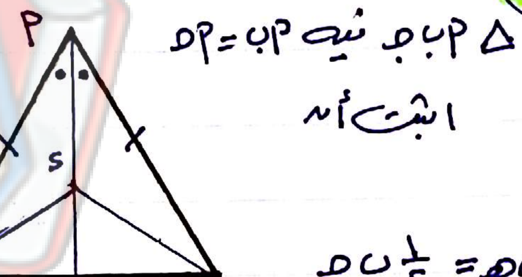
= ½ × ١٠ × ٣٧٥ = ١٨٧٥ سم²

## مثال ٥

فى الشكل المقابل

△ أ ب جـ فيه أب = أجـ

اثبت أن




١) ب هـ = ½ ب جـ

٢) ب د = جـ د

### الحل

فى △ أ ب جـ ∵ أب = أجـ

، أ هـ ينصف (أ^)

∴ أ هـ ⊥ ب جـ

، أ هـ ينصف ب جـ

∴ ب هـ = ½ ب جـ # أولاً

∵ أ هـ ⊥ ب جـ من منتصفها

∴ أ هـ محور لـ ب جـ

∵ د ∈ أ هـ

∴ ب د = جـ د # ثانياً




## ١ أكمل

١) المستقيم المار برأس المثلث المتساوى الساقين عمودياً على القاعدة ينصف .......

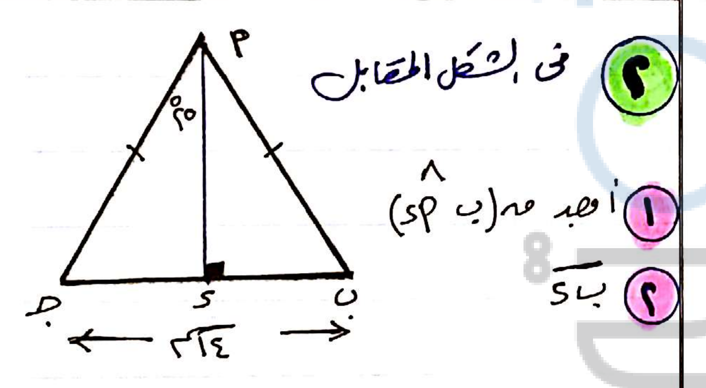
٢) أى نقطة على محور تماثل القطعة تكون على بعدين ....... من طرفيها

٣) عدد محاور تماثل المثلث المختلف الأضلاع ....... المتساوى الساقين ....... المتساوى الأضلاع .......

٤) △ أ ب جـ فيه ق (أ^) = ٥٠° ، ق (ب^) = ٩٠° فإن △ أ ب جـ عدد محاور تماثله = .......

٥) إذا كانت أ تقع على محور تماثل س ص فإن أ س ....... أ ص

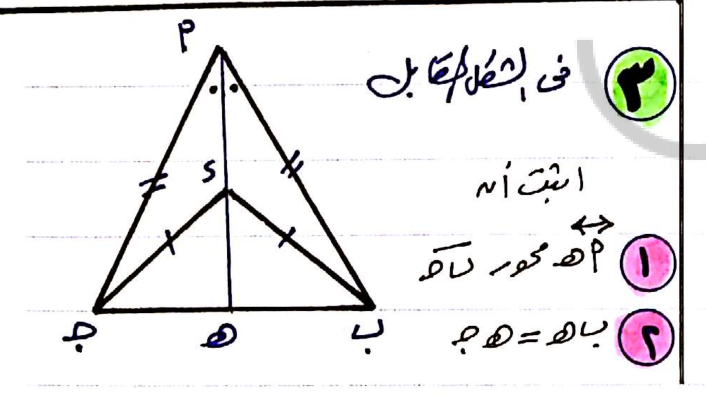
## ٢ فى الشكل المقابل




١) أوجد ق (ب أ د^)

٢) ب د

## ٣ فى الشكل المقابل




اثبت أن

١) أ هـ محور ب جـ

٢) ب هـ = هـ جـ

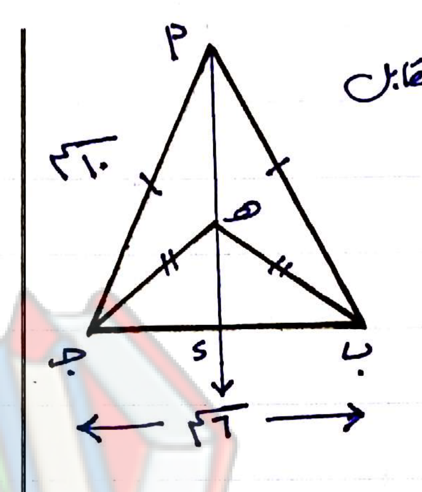
٤ فى الشكل المقابل

اثبت أنه

* ب ء = ء جـ

أوجد طول كلاً من

* ء هـ ، ء م



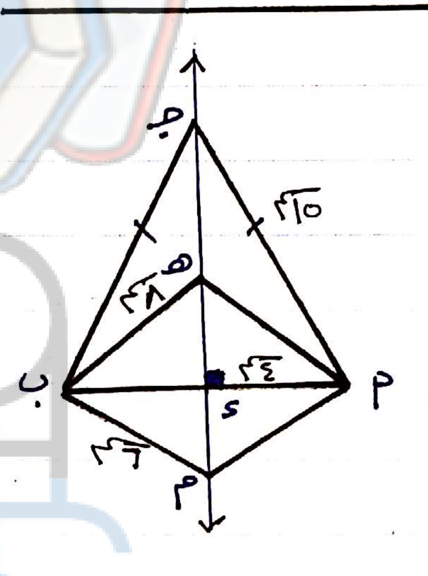

٥ أوجد طول

ب هـ

م هـ

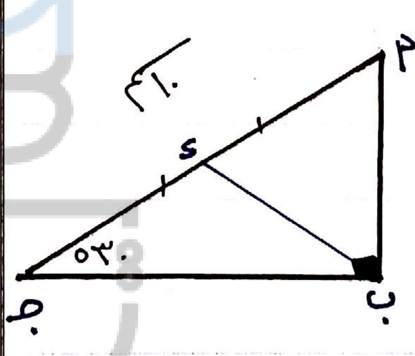
م ب

م م




٦ فى الشكل المقابل

أوجد محيط ∆ م ب ء




ثم اثبت أن ∆ م ب ء متساوى الأضلاع

* اتحدى انك تعرف *

جمع الكلمات دى

حليب — اخطبوط

وحيد القرن — كلينكس

بترول — بيبسى

* تعلمت من الرياضيات *

١ أن العدد السالب كلما كبرت أرقامه كلما صغرت قيمته كالمتعاليين على الناس : كلما ازدادوا تعالياً كلما صغروا فى عيون غيرهم

٢ أنه يمكننا الوصول لنتيجه صحيحة بأكثر من طريقة فلا تظن أنك وحدك صاحب الحقيقة وان كل من خالفك مخطئ

٣ أن لكل مجهول قيمة فلا تستحقر أحد فأنت لا تعرف قيمته

# التبايـــن

**الوحدة الخامسة** ١

إذا كان أب = ٥ سم ، س ص = ٣ سم

فإن أب > س ص

أو س ص < أب




لأى أربعة أعداد أ ، ب ، جـ ، د

**١** إذا كان أ > ب

فإن أ + جـ > ب + جـ

أ − جـ > ب − جـ

إذا كان جـ > ٠ : أ × جـ > ب × جـ

**٢** إذا كان أ > ب ، ب > جـ

فإن أ > جـ

**٣** إذا كان أ > ب ، جـ > د

فإن أ + جـ > ب + د




قياس أى زاوية خارجة للمثلث أكبر من قياس أى زاوية داخلة ماعدا المجاورة لها .

**مثال ١** فى الشكل المقابل

أجـ > أب

، ق(∠أ س ص) = ق(∠أ ص س)

اثبت أن

ص جـ > س ب

**الحل**

فى Δ أ ب جـ

∵ أجـ > أب ← (١)

وفى المثلث أ س ص

∵ ق(∠أ س ص) = ق(∠أ ص س)

∴ أ س = أ ص ← (٢)

بالطرح أجـ − أص > أب − أس

∴ ص جـ > س ب #

**مثال ٢** فى الشكل المقابل

ق(∠ب) > ق(∠جـ)

، د ب = د جـ

اثبت أن ق(∠أ ب د) > ق(∠أ جـ د)

## الحل

∵ د ب = د جـ ∴ ق($\hat{د ب جـ}$) = ق($\hat{د جـ ب}$) ← ①

، ∵ ق($\hat{أ ب جـ}$) > ق($\hat{أ جـ ب}$) ← ② معطى

من ① ، ② بالطرح

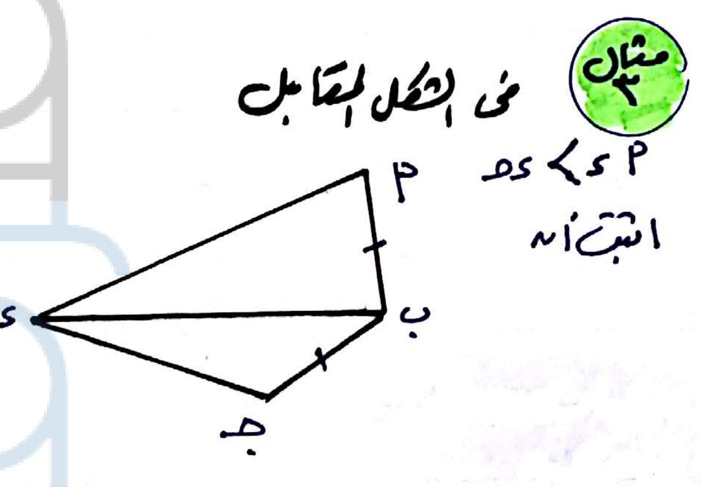
∴ ق($\hat{أ ب جـ}$) − ق($\hat{د ب جـ}$) > ق($\hat{أ جـ ب}$) − ق($\hat{د جـ ب}$)

∴ ق($\hat{أ ب د}$) > ق($\hat{أ جـ د}$) #

## مثال ٢

في الشكل المقابل أ د > د جـ

أثبت أن




محيط △ أ ب د > محيط △ ب د جـ

## الحل

لاحظ أن محيط أى شكل = مجموع أطوال أضلاعه

في △ أ ب د ، في △ ب جـ د

أ ب = ب جـ

ب د مشترك

أ د > جـ د

∴ أ ب + ب د + أ د > ب جـ + ب د + جـ د

∴ محيط △ أ ب د > محيط △ ب د جـ #

## الواجب

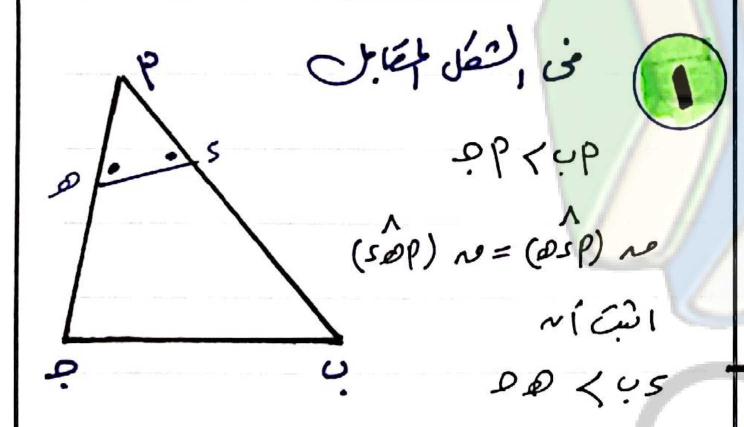
**١** في الشكل المقابل

أ ب > أ جـ

ق($\hat{أ د هـ}$) = ق($\hat{أ هـ د}$)

أثبت أن

د ب > هـ جـ




**٢** في الشكل المقابل

ق($\hat{جـ}$) > ق($\hat{ب}$)

م ب = م جـ

أثبت أن ق($\hat{أ جـ م}$) > ق($\hat{أ ب م}$)

**٣** أكمل بوضع > أو <

① إذا كان ص > س وجـ عدد موجب

فإن ص + جـ ... س + جـ

ص − جـ ... س − جـ

ص × جـ ... س × جـ

② إذا كان أ > ب ، ب > جـ

فإن أ ... جـ

## المقارنة بين قياسات الزوايا فى المثلث

الوحدة الخامسة ٢

### نظرية (٥)

إذا اختلف طولا ضلعين فى مثلث فأكبرهما فى الطول تقابله زاوية أكبر فى القياس من الزاوية المقابلة للآخر.

### ملاحظات

١) أكبر الزوايا تقابل أكبر الأضلاع

٢) أصغر الزوايا تقابل أصغر الأضلاع

٣) إذا كان قياس زاوية أصغر من مجموع الزاويتين الأخريين فإنها تكون حادة

٤) إذا كان قياس إحدى زوايا مثلث تساوى مجموع الأخريين فإنها تكون قائمة

٥) إذا كان قياس إحدى زوايا مثلث أكبر من مجموع الأخريين فإنها تكون منفرجة

٦) أى مثلث يحتوى على زاويتين على الأقل حادة

٧) أى مثلث يحتوى على زاوية واحدة قائمة على الأكثر

٨) أى مثلث يحتوى على زاوية واحدة منفرجة على الأكثر

٩) لا يمكن للمثلث أن يحتوى على زاوية قائمة وأخرى منفرجة

### مثال ١

رتب تصاعدياً قياسات زوايا △ أ ب ج الذى فيه

أ ب = ٦ سم ، ب ج = ٥ سم ، أ ج = ٧ سم

**الحل**

ترتيب الأضلاع: ب ج < أ ب < أ ج

ترتيب الزوايا: ق(أ^) < ق(ج^) < ق(ب^)

الحرف اللى ناقص من الضلع بيكون هو الزاوية

### مثال ٢

رتب تنازلياً زوايا المثلث س ص ع

س ص = ٣٠ سم ، ص ع = ٢٨ سم

س ع = ٣٢ سم

**الحل**

ترتيب الأضلاع تنازلياً س ع > س ص > ص ع

ترتيب الزوايا

∴ ق (ص^) > ق (ع^) > ق (س^)

---

**مثال ٣** رتب زوايا △ أ ب جـ تصاعدياً

أ ب = ٥ سم ب جـ = ٣ سم

أ جـ = ٤ سم

**الحل**

∵ ب جـ < أ جـ < أ ب

∴ ق (أ^) < ق (ب^) < ق (جـ^)

---

**مثال ٤** فى الشكل المقابل

△ أ ب جـ فيه

أ ب > أ جـ

، س ص // ب جـ

اثبت أن

ق (أ ص^ س) > ق (أ س^ ص)

**الحل**

∵ أ ب > أ جـ ∴ ق

∴ ق (جـ^) > ق (ب^) ← (١)

، ∵ س ص // ب جـ

∴ ق (١^) = ق (جـ^) ، ق (٢^) = ق (ب^) بالتناظر ← (٢)

---

من (١) ، (٢)

∴ ق (١^) > ق (٢^)

∴ ق (أ ص^ س) > ق (أ س^ ص) #

---

**مثال ٥** فى الشكل المقابل

اثبت أن

ق (د جـ^ ب) > ق (د أ^ ب)

**الحل**

فى △ أ جـ د

∵ أ د > د جـ

∴ ق (١^) > ق (٢^) ← (١)

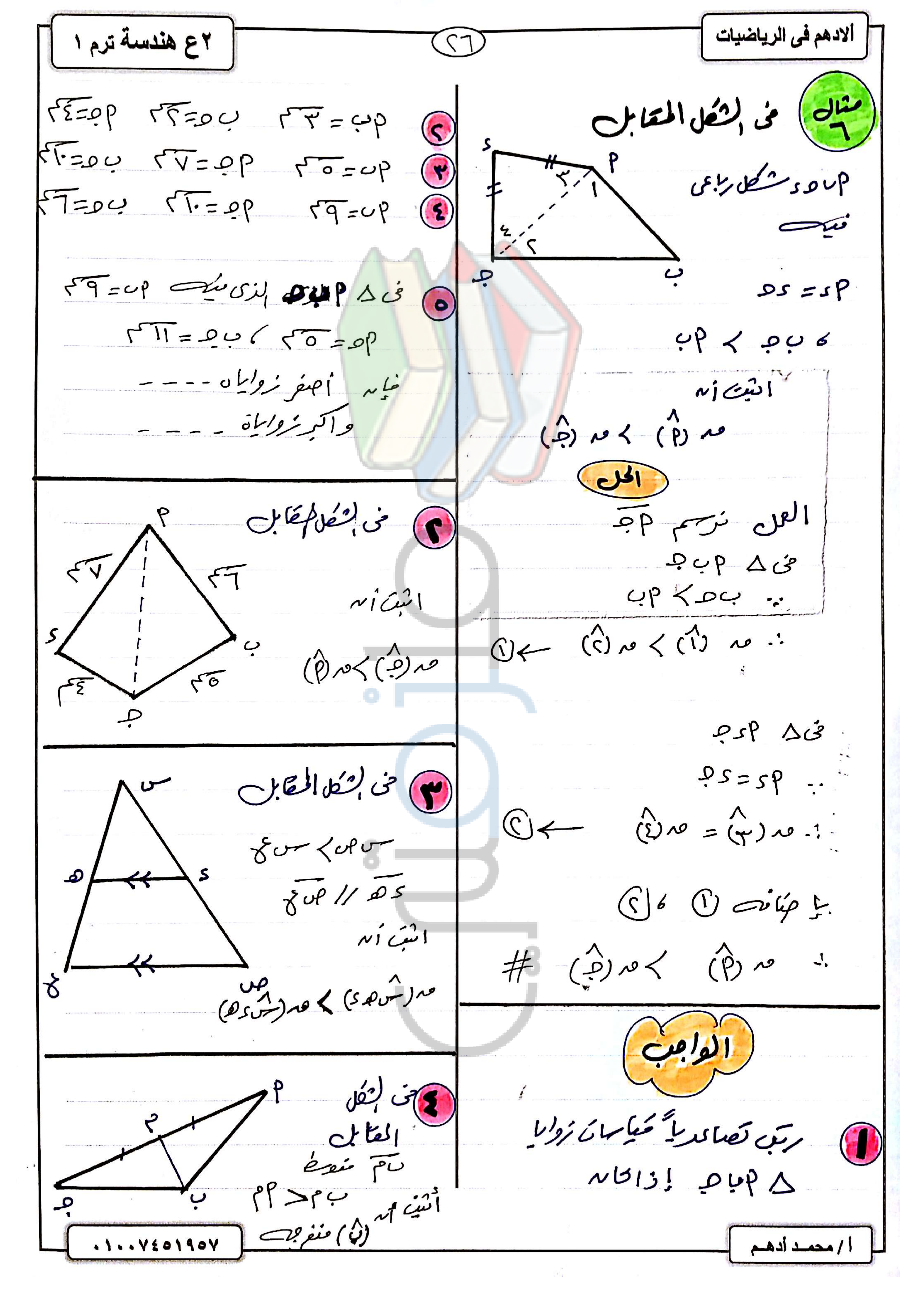
فى △ أ ب جـ

∵ أ ب > ب جـ

∴ ق (٣^) > ق (٤^) ← (٢)

بجمع المتباينتين (١) ، (٢)

∴ ق (د جـ^ ب) > ق (د أ^ ب) #



## مثال ٦

فى الشكل المقابل

أ ب جـ د شكل رباعى فيه

أ د = د جـ

، ب جـ > أ ب

اثبت أنه

ق(أ^) > ق(جـ^)

**الحل**

العمل نرسم $\overline{\text{أ جـ}}$

فى △ أ ب جـ

∵ ب جـ > أ ب

∴ ق(١^) > ق(٢^) ← ①

فى △ أ د جـ

∵ أ د = د جـ

∴ ق(٣^) = ق(٤^) ← ②

بإضافة ① ، ②

∴ ق(أ^) > ق(جـ^) #

## الواجب

① رتب تصاعدياً قياسات زوايا △ أ ب جـ إذا كان

② أ ب = ٣ سم ، ب جـ = ٦ سم ، أ جـ = ٤ سم

③ أ ب = ٥ سم ، أ جـ = ٧ سم ، ب جـ = ١٠ سم

④ أ ب = ٩ سم ، أ جـ = ١٠ سم ، ب جـ = ٦ سم

⑤ فى △ أ ب جـ الذى فيه أ ب = ٩ سم

أ جـ = ٥ سم ، ب جـ = ١١ سم

فإنه أصغر زواياه ----

وأكبر زواياه ----

② فى الشكل المقابل



اثبت أنه

ق(جـ^) > ق(أ^)

③ فى الشكل المقابل



س ص > س ع

$\overline{\text{د هـ}}$ // $\overline{\text{ص ع}}$

اثبت أنه

ق(س د هـ^) > ق(س هـ د^)

④ فى الشكل المقابل

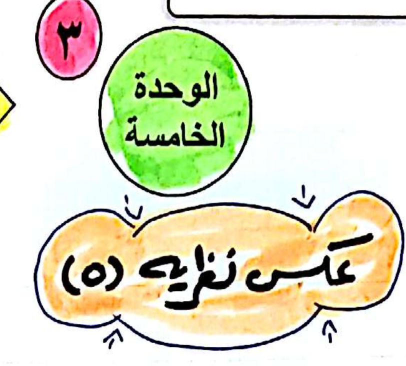


م منتصف أ جـ

ب م > أ م

أثبت أنه ق(ب^) منفرجة

# المقارنة بين أطوال الأضلاع فى المثلث




## عكس نظرية (٥)

إذا اختلف قياسا زاويتين فى مثلث فأكبرهما فى القياس يقابلها ضلع أكبر فى الطول من الضلع المقابل للأخرى

## ملاحظات ونتائج

١) فى المثلث القائم الزاوية أكبر الأضلاع طولاً هو الوتر

٢) فى المثلث المنفرج الزاوية أكبر الأضلاع طولاً هو الضلع المقابل للزاوية المنفرجة

٣) طول القطعة المستقيمة العمودية المرسومة من نقطة خارج مستقيم معلوم إلى هذا المستقيم أصغر من طول أى قطعة مرسومة من النقطة إلى المستقيم

أ ب < أ جـ
أ ب < أ د

(شكل: مثلث أ د جـ، أ ب عمودى على د جـ عند ب)

٤) بعد نقطة عن مستقيم هو طول القطعة المستقيمة العمودية المرسومة من النقطة إلى المستقيم

### مثال ١

Δ أ ب جـ فيه ق(∠أ) = ٤٠°، ق(∠ب) = ٦٠°

رتب أطوال أضلاعه تصاعدياً

**الحل**

ق(∠جـ) = ١٨٠° − (٤٠° + ٦٠°) = ٨٠°

∵ ق(∠أ) < ق(∠ب) < ق(∠جـ)

∴ ب جـ < أ جـ < أ ب

### مثال ٢

Δ س ص ع فيه ق(∠س) = ١٠٠°، ق(∠ع) = ٦٠°

رتب أطوال أضلاعه تصاعدياً

**الحل**

ق(∠ص) = ١٨٠° − (١٠٠° + ٦٠°) = ٢٠°

∵ ق(∠ص) < ق(∠ع) < ق(∠س)

∴ س ع < س ص < ص ع

## مثال ٣ فى الشكل المقابل

اثبت أن أ ب > أ جـ

الحل

∵ أ د // ب جـ

∴ ق(ب̂) = ٣٠° بالتبادل

∴ ق(جـ̂) = ١٨٠° − (٣٠° + ٧٠°) = ٨٠°

∵ ق(جـ̂) > ق(ب̂)

∴ أ ب > أ جـ #

## مثال ٤ فى الشكل المقابل

اثبت أن أ ب > جـ د

الحل

فى △ أ جـ م : أ م الوتر

∴ أ م > جـ م ← (١)

فى △ م د ب : م ب الوتر

∴ م ب > م د ← (٢)

بجمع (١) ، (٢)

∴ م أ + م ب > جـ م + م د

∴ أ ب > جـ د #

## مثال ٥ فى الشكل المقابل

△ أ ب جـ منفرج الزاوية فى ب

، د هـ // ب جـ

اثبت أن أ هـ > أ د

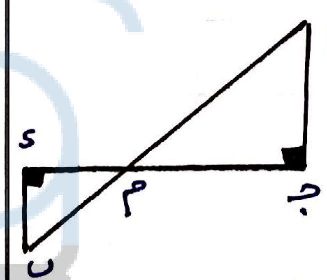


الحل

فى △ أ ب جـ

∵ (ب̂) منفرجة

∴ ق(ب̂) > ق(جـ̂) ← (١)



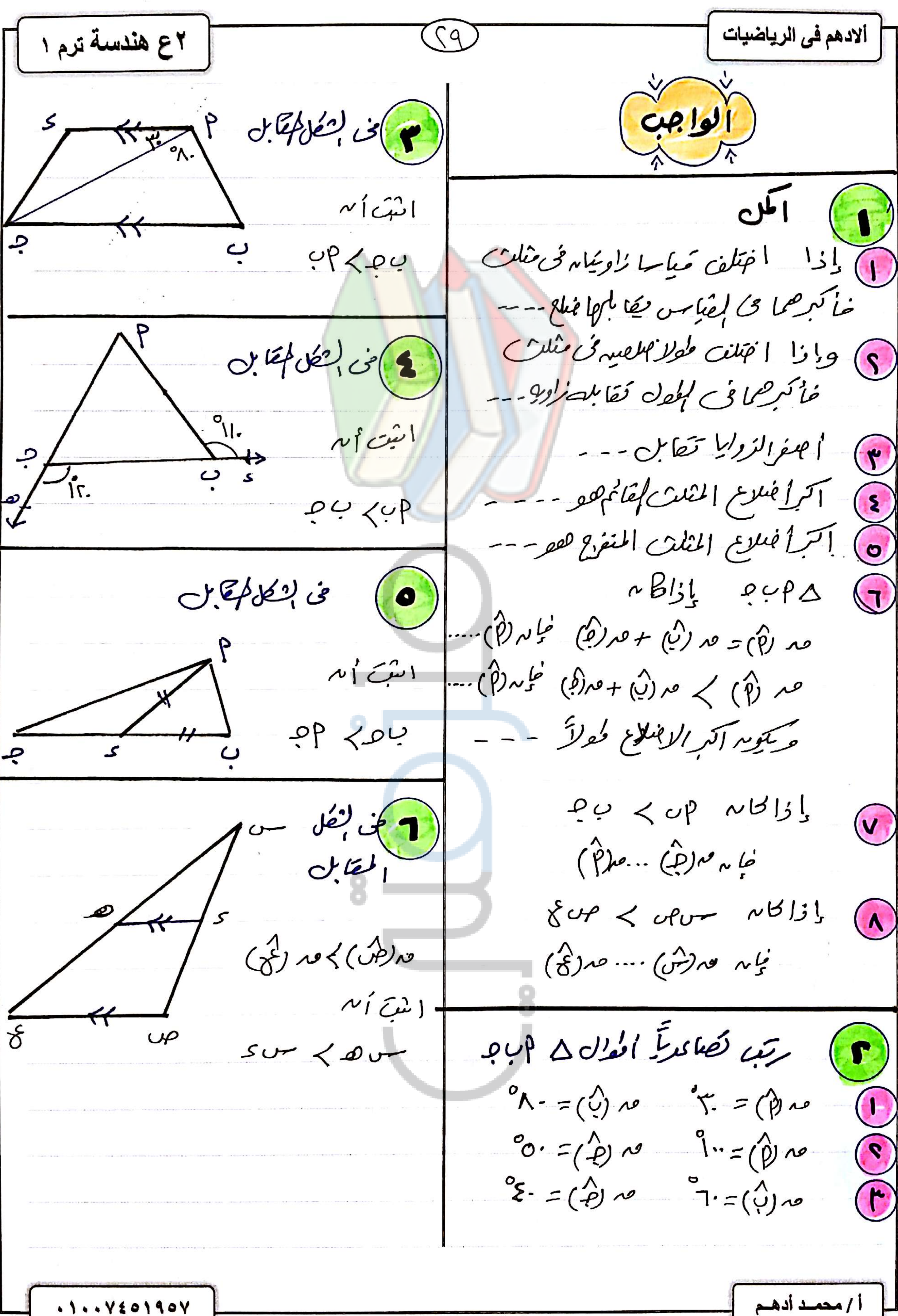
، ∵ د هـ // ب جـ

∴ ق(١̂) = ق(ب̂) ، ق(٢̂) = ق(جـ̂) بالتناظر ← (٢)

من (١) ، (٢)

∴ ق(أ د̂ هـ) > ق(أ هـ̂ د)

∴ أ هـ > أ د #



## الواجب

### ١ أكمل

(١) إذا اختلف قياسا زاويتين في مثلث فأكبرهما في القياس يقابلها ضلع ......

(٢) وإذا اختلف طولا ضلعين في مثلث فأكبرهما في الطول تقابله زاوية ......

(٣) أصغر الزوايا تقابل ......

(٤) أكبر أضلاع المثلث القائم هو ......

(٥) أكبر أضلاع المثلث المنفرج هو ......

(٦) △ أ ب جـ إذا كان

ق(∠أ) = ق(∠ب) + ق(∠جـ) فإن ق(∠أ) ......

ق(∠أ) > ق(∠ب) + ق(∠جـ) فإن ق(∠أ) ......

ويكون أكبر الأضلاع طولاً ......

(٧) إذا كان أ ب > ب جـ فإن ق(∠جـ) ...... ق(∠أ)

(٨) إذا كان س ص > ص ع فإن ق(∠س) ...... ق(∠ع)

### ٢ رتب تصاعدياً أطوال △ أ ب جـ

(١) ق(∠أ) = ٣٠° ، ق(∠ب) = ٨٠°

(٢) ق(∠أ) = ١٠٠° ، ق(∠جـ) = ٥٠°

(٣) ق(∠ب) = ٦٠° ، ق(∠جـ) = ٤٠°

### ٣ في الشكل المقابل

أثبت أن

ب جـ > أ ب



### ٤ في الشكل المقابل

أثبت أن

أ ب > ب جـ



### ٥ في الشكل المقابل

أثبت أن

ب جـ > أ جـ



### ٦ في الشكل المقابل

ق(∠ص) > ق(∠ع)

أثبت أن

س هـ > س د





# متباينة المثلث

الوحدة الخامسة ٤

## ملاحظات هامة

١) فى أى مثلث مجموع أى ضلعين أكبر من الضلع الثالث

٢) فى أى مثلث طول أى ضلع أصغر من مجموع الضلعين الآخرين

٣) طول أى ضلع فى مثلث أصغر من نصف محيط المثلث

٤) الفرق بين الضلعين < طول الضلع < مجموع الضلعين

٥) إذا كان الضلعان ٣ ، ٥
فإن الضلع الثالث ∈ ]٢ ، ٨[
٥ - ٣ = ٢ ، ٥ + ٣ = ٨
٢ < الضلع الثالث < ٨

٦) △ متساوى الساقين ضلعين فيه ٣ ، ٦ فإن الضلع الثالث ٦
٦ ، ٦ ، ٣ علشان يكون مجموع أى ضلعين أكبر من الثالث

٧) △ له محور تماثل واحد أضلاعه ٤ ، ٨ ، ----
الضلع الثالث = ٨
لأنه متساوى الساقين لا يمكن له محور تماثل واحد

٨) علشان تعرف الأضلاع تصلح أو لا تصلح تجيب أصغر ضلعين وتجمعهم
لو كانوا أكبر من الثالث تصلح
لو أصغر أو يساوى الثالث لا تصلح

٩) فى △ أ ب جـ يكون
أ ب + ب جـ - أ جـ > صفر
لأن مجموع أى ضلعين أكبر من الثالث
يعنى الضلعين - الثالث > صفر

دى آخر حصة الترم الأول
ذاكر كويس وركز وربنا يوفقكم جميعاً
محمد أدهم

أ/ محمد أدهم
معلم رياضيات
٠١٠٠٧٤٥١٩٥٧

## تمارين ١

بين أى من المجموعات التالية تصلح ان تكون أطوال اضلاع مثلث

① ٥سم ، ٦سم ، ١٠سم

**الحل**

٥+٦ = ١١ > ١٠ تصلح

② ٣سم ، ٤سم ، ٧سم

**الحل**

٣ + ٤ = ٧ لا تصلح

يجب أن يكونوا أكبر من ٧

③ ٥سم ، ٦سم ، ١٤سم

**الحل**

٥ + ٦ = ١١ < ١٤

لا تصلح لانه يجب ان يكونوا أكبر من ١٤

④ مثلث متساوى الساقين أطوال اضلاعه ٥سم ، ١٠سم

= ١٠سم

⑤ مثلث له محور تماثل واحد أطوال اضلاعه ٤سم ، ٨سم فإن محيطه = ٤+٨+٨ = ٢٠سم

⑥ إذا كان طولا ضلعين فى مثلث ٥سم ، ٧سم فإن الضلع الثالث ∈ ------ ]٢ ، ١٢[

٧-٥ = ٢ ٧+٥ = ١٢

⑦ إذا كان طولا ضلعين فى مثلث ٦سم ، ٩سم فإن الثالث ∈ ---

٩-٦ = ٣ ٩+٦ = ١٥

]٣ ، ١٥[

## الواجب

### ① أكمل

① مجموع أى ضلعين فى مثلث --- الضلع الثالث

② طول أى ضلع فى مثلث --- نصف المحيط

③ مثلث متساوى الساقين أطوال اضلاعه ٢سم ، ٤سم ، ---

④ مثلث متساوى الساقين ٥سم ، ١٠سم فإن محيطه = ---

⑤ مثلث فيه ضلعان ٦سم ، ١٠سم فإن الضلع الثالث ∈ ----

### ② أيهما يصلح ان يكون اضلاع مثلث

① ٣سم ، ٧سم ، ١٠سم

② ٥سم ، ٩سم ، ١٢سم